

# SUBTRAKTIONS- STRATEGIER

– EN LÄROMEDELSANALYS I  
MATEMATIK PÅ LÅGSTADIET

Avancerad nivå  
Pedagogiskt arbete

Josefine Adamović Nordling  
Maria Thieme

2024-LÄR1-3-A22

**Program:** Grundlärarutbildning med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans årskurs 1–3

**Svensk titel:** Subtraktionsstrategier – en läromedelsanalys i matematik på lågstadiet

**Engelsk titel:** Subtraction situations – a textbook analysis in mathematics in primary school

**Utgivningsår:** 2024

**Författare:** Josefine Adamović Nordling och Maria Thieme

**Handledare:** Nuhi Bajqinca

**Examinator:** Peter Andersson Lilja

**Nyckelord:** matematik, subtraktion, läromedel

---

## Sammanfattning

Den här studien är en läromedelsanalys som handlar om att identifiera och belysa förekomst och frekvens av tre viktiga subtraktionsstrategier i en läroboksserie för årskurs 1, 2 och 3. Det har varit intressant att samtidigt som studien skrivits kunnat följa samhällsdebatten som rör läroböcker, läromedel, och lärverktyg. Flera nya beslut har tagits i riksdagen under skrivandets stund som berör vårt ämne, vilket gjort att den här studien hela tiden känts aktuell.

Syftet med den här studien är att belysa subtraktion genom att analysera hur subtraktionsstrategier framställs i en läroboksserie inom matematik på lågstadiet. Vi har därför följande frågeställningar:

- Hur framställs förekomsten och frekvensen av de tre subtraktionsstrategierna *ta bort*, *komplettera* och *jämföra* i en läroboksserie för lågstadiet?
- Vilka likheter och skillnader finns mellan böckerna?

Metoden som vi har valt att använda är innehållsanalys, som består av mätning genom att räkna förekomster av någon eller några slags enheter som specifika ord, fraser eller teman. I den här studien är temat subtraktionsstrategier. Innehållet som analyseras ska kvantifieras utifrån i förväg utformade kategorier. Vi har valt att göra en kombination av kvantitativ metod och kvalitativ metod då verkligheten är subjektiv och behöver tolkas för att kunna upplevas. Kombinationen av de två forskningsperspektiven kompletterar varandra och gör det möjligt att genomföra kategoriseringen av subtraktionsstrategierna genom tolkning av de bilder och instruktioner som läroböckerna erbjuder.

Genom noggrant urval utfördes studien på sex olika läroböcker som tillhör samma serie. Varje årskurs har två läroböcker var och resultatet har redovisats årskursvis.

Studiens resultat visar att subtraktionsstrategin *ta bort* är mest frekvent i alla årskurser. Det framgår också att mängden uppgifter inom strategin *ta bort* minskar för varje årskurs. Subtraktionsstrategin *komplettera* förekommer flest gånger i årskurs 2 och färst gånger i årskurs 3. Subtraktionsstrategin *jämföra* förekommer flest gånger i årskurs 3 och färst gånger i årskurs 2. Vi kunde också efter ytterligare en analys se att samtliga *jämföra*-uppgifter är problembaserade.

# INNEHÅLL

<b>INLEDNING</b> .....	<b>1</b>
<b>SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR</b> .....	<b>2</b>
<b>STUDIENS DISPOSITION</b> .....	<b>3</b>
<b>BAKGRUND</b> .....	<b>3</b>
Läromedel utifrån policynivå.....	3
Vad betonar läroplanen om matematik?.....	4
Matematikens och subtraktionsstrategiernas betydelse .....	4
<b>Begreppsdefinitioner</b> .....	<b>6</b>
Ta bort - Backa.....	6
Komplettera - Räkna upp .....	7
Jämföra - Se skillnad .....	7
<b>Tidigare forskning</b> .....	<b>8</b>
Lärrarhandledningar och klassrumspraktik .....	8
Matematikbokens innehåll.....	11
Studier i klassrummet.....	13
Tidigare forskning i relation till den här studien .....	16
<b>TEORETISKA UTGÅNGSPUNKTER</b> .....	<b>16</b>
<b>METOD OCH MATERIAL</b> .....	<b>18</b>
Innehållsanalys som metod.....	18
Kvantitativa och kvalitativa perspektiv som ansats .....	20
Urval av material.....	20
Datainsamlingsmetod .....	22
<b>DATABEARBETNING OCH ANALYSMETOD</b> .....	<b>25</b>

<b>ETISKA ÖVERVÄGANDEN OCH VALIDITET .....</b>	<b>26</b>
<b>RESULTAT .....</b>	<b>28</b>
Förekomsten och frekvensen av de tre subtraktionsstrategierna .....	28
Likheter och skillnader mellan årskurserna .....	31
<b>DISKUSSION .....</b>	<b>33</b>
Resultatdiskussion .....	33
Reflektion efter genomförande av studien .....	35
Didaktiska implikationer .....	37
Slutsatser .....	38
Förslag till vidare forskning .....	39
<b>REFERENSER .....</b>	<b>- 28 -</b>
<b>BILAGOR .....</b>	<b>- 32 -</b>
Bilaga 1 .....	- 32 -
Bilaga 2 .....	- 33 -
Bilaga 3 .....	- 34 -
Bilaga 4 .....	- 35 -

## INLEDNING

Den här studien är en läromedelsanalys som handlar om att identifiera och belysa förekomst och frekvens av tre viktiga subtraktionsstrategier i en läroboksserie för årskurs 1, 2 och 3. Detta för att se hur subtraktionsstrategierna representeras genom de olika årskurserna på lågstadiet. Studien är skriven i en intensiv tid då matematikämnet betonas mycket utifrån samhällsrelevans. En fjärdedel av alla femtonåriga elever i Sverige har idag inte grundläggande matematikkunskaper, enligt senaste internationella studien PISA, Programme for International Student Assessment från 2022 (Skolverket 2023). Det är den största nedgången i matematikkunskaper någonsin för elever i Sverige.

Till grundläggande matematikkunskaper hör bland annat grundläggande taluppfattning, såsom talens ordning och dess grannar, positionssystemet, att kunna jämföra och ordna tal samt de fyra grundläggande räknesätten (Löwing 2017). Ett av de fyra grundläggande räknesätten är subtraktion och inom den finns tre olika subtraktionsstrategier, som är viktiga för att eleverna ska kunna behärska räknesättet i enlighet med läroplanens kriterier (Löwing 2017).

Forskning visar att lärare inom matematikämnet huvudsakligen använder läroboken som styrande för undervisningen (Hemmi, Krzywacki & Liljekvist 2018; Holmberg & Ranagården 2016). Forskning visar också att valet av lärobok påverkar elevens förmåga att kunna uppleva olika subtraktionssituationer (Norberg 2019). Det finns dessutom forskning som upptäckt att det finns brister i matematikböcker med avseende på bland annat matematiskt innehåll eller läromedlets multimodala aspekter (Berggren 2022; Norberg 2023). Det finns över lag lite forskning som behandlar matematikläromedel på lågstadiet, vilket denna studie ämnar undersöka. Tidigare forskning har också visat att bristfällig behandling av innehållet i undervisningen kan leda till att eleverna begår misstag och får svårigheter, vilket då kan blockera deras fortsatta matematikutveckling (Bentley & Bentley 2016).

I vår utbildning till grundlärare har vi hittills i sju terminer haft verksamhetsförlagd utbildning, VFU, och fältdagar på flera olika skolor i samma kommun. Vi har båda två under dessa skilda veckor med VFU sett flera lärare som förlitar sig på matematikboken under lektionerna, vilket bekräftar det som forskningen identifierat (Hemmi, Krzywacki & Liljekvist 2018; Holmberg & Ranagården 2016). Forskare har förstått att det är upp till varje lärare att kontrollera om det

saknas något i matematikboken och själva se till att komplettera för de eventuella brister som upptäcks (Berggren 2022; Norberg 2019).

Ett nytt beslut i riksdagen ska ge stärkt tillgång till ändamålsenliga läromedel, vilket även skrivits in i Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet, Lgr 22 (Skolverket 2024). Genom detta visar styrande politiker att ändamålsenliga läroböcker är ett viktigt verktyg för elevernas kunskapsutveckling. Mot bakgrund av diskussionen som har presenterats ovan blir det relevant att göra en undersökning om ett begränsat område i matematikböcker på ett sätt, som är rimligt att hinna med under den här kursens omfattning. Vi kommer därför att undersöka en läroboksserie från årskurs 1 till årskurs 3 och titta närmare på ett matematiskt område. Vi ska undersöka vilka subtraktionsstrategier som återfinns och hur fördelningen ser ut mellan dem i matematikböckerna. Vi väljer också att fokusera på subtraktion eftersom det är ett räknesätt som många elever, även äldre, har svårigheter med (Löwing 2017). Resultaten i studien kommer förhoppningsvis bidra till ökade kunskaper inom det här problemområdet, vilket innebär att vi och våra blivande kollegor kan få djupare kunskaper inom matematik att använda i våra yrkesroller.

## **SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNINGAR**

Syftet med den här studien är att belysa subtraktion genom att analysera hur subtraktionsstrategier framställs i en läroboksserie inom matematik på lågstadiet. Vi har därför följande frågeställningar:

- Hur framställs förekomsten av de tre subtraktionsstrategierna *ta bort*, *komplettera* och *jämföra* och vad är frekvensen av dem i en läroboksserie för lågstadiet?
- Vilka likheter och skillnader finns mellan böckerna?

Vi har avgränsat studien enligt syfte och frågeställningar ovan och förtydligar här att det material som analyserats rör subtraktion som aritmetisk operation och/eller textbaserade uppgifter som kan utföras genom aritmetisk operation. Den avgränsningen innebär också att subtraktion genom uppställning endast inkluderats som en del av den totala mängden subtraktionsuppgifter, eftersom det är en subtraktionsalgoritm (Löwing 2017).

## STUDIENS DISPOSITION

Först i studien finns ett bakgrundskapitel där politiska beslut, läroplanen och subtraktionsstrategierna presenteras. Efter det redovisas för den forskning som behandlar matematikläromedel på lågstadiet i första hand och likvärdig forskning i andra hand. Därefter förklaras våra teoretiska utgångspunkter, vår metod och vårt material. I nästföljande kapitel beskrivs vår databearbetning och analysmetod. Det beskrivs med både förklaringar och bilder från utvalda läroböcker. Innan vi delger vårt resultat kommer också ett kapitel om etiska överväganden och hur det har genomsyrat vår studie. Efter resultatet följer diskussionskapitel om både metoden och resultatet och didaktiska implikationer. Slutligen presenterar vi våra slutsatser och ger förslag till vidare forskning. Efter vår referenslista följer fyra bilagor.

## BAKGRUND

Här följer ytterligare fördjupning i aktuella politiska beslut och en förtydning över vad som sägs i läroplanen, Lgr22, gällande subtraktion. En beskrivning av de olika subtraktionsstrategierna med begreppsdefinitioner och matematikens betydelse finns också med i det här kapitlet, som avslutas med tidigare forskning inom ämnet.

### Läromedel utifrån policynivå

Politikerna har reagerat på senaste PISA-resultatet och sedan 2023 satsar staten på stärkt tillgång till läroböcker, bland annat genom möjligheten att som skola kunna söka statsbidrag för inköp av läroböcker (Utbildningsdepartementet 2024a). Regeringen har dessutom beslutat att ge OECD, som ansvarar för genomförandet av PISA, i uppdrag att utföra en fördjupad uppföljning av Sveriges resultat. Detta för att belägga trender och mönster och jämföra Sveriges situation med andra länder med avseende på de sjunkande kunskaperna inom bland annat matematik (Utbildningsdepartementet 2024b).

1 juli 2024 fattades ett beslut i riksdagen om stärkt tillgång till ändamålsenliga läromedel, vilket ledde till en omskrivning i läroplanen, Lgr 22, gällande läroböcker, läromedel och lärverktyg. Dels en skrivning utifrån lärarens ansvar att organisera och genomföra undervisning så att eleven ”får använda läroböcker, andra läromedel och andra lärverktyg som behövs för en god kunskapsutveckling i enlighet med utbildningens mål” (Skolverket 2024, s. 14) dels rektorns ansvar att ”alla elever får tillgång till och förutsättningar att använda läroböcker, andra



*läromedel och andra lärverktyg som behövs för en god kunskapsutveckling i enlighet med utbildningens mål” (Skolverket 2024, s. 19).*

I oktober 2023 införde regeringen ett nytt examensmål för grund-, yrkes- och ämneslärarutbildningarna som rör läromedel (Utbildningsdepartementet 2023). Avsikten med det målet är att studenterna i högre utsträckning ska förberedas på ett bättre sätt än i dag att kunna välja och använda ändamålsenliga läroböcker, läromedel och lärverktyg till sin undervisning (Utbildningsdepartementet 2023).

I mitten av 1970-talet avvecklades den statliga granskningen av läromedel i Sverige och sedan dess försöker många olika bokförlag få skolor att köpa in just deras läromedel. Både svensktillverkade och importerade läromedel inom matematik används i Sverige idag och de flesta är skapade av lärare och forskare genom förlagen (Berggren 2022). Det verkar dock inte som att några politiker diskuterar återinförandet av statlig granskning av läromedel.

## **Vad betonar läroplanen om matematik?**

I kursplanen för matematik i Lgr 22 (Skolverket 2024) framgår ett antal kriterier för vad som bedöms vara godtagbara kunskaper i slutet av årskurs 3. De här kriterierna innebär att eleven med tillfredställande säkerhet löser enkla rutinuppgifter och beräkningar med naturliga tal, för dessa ska eleven i hög utsträckning använda fungerande matematiska metoder. För de fyra räknesätten ska eleven använda huvudräkning vid beräkningar och för subtraktion med tillfredställande säkerhet välja och använda skriftliga räknemetoder. Vidare ska enklare problem lösas ”*genom att välja och använda strategi med viss anpassning till problemets karaktär*” (Skolverket 2024, s. 54). Kommentarmaterialet till kursplanen i matematik förtydligar att eleven ska förstå räknesättets bakomliggande principer och metoder för beräkningar, samt behärska dem. Avseende metoder förtydligas också att det rör metoder som går att utveckla och är effektiva vid beräkning men som även är generellt godtagbara och därmed applicerbara i nya situationer (Skolverket 2022).

## **Matematikens och subtraktionsstrategiernas betydelse**

Löwing (2017) förklarar vikten av att elever lär sig de olika subtraktionsstrategierna tidigt. I subtraktionen krävs det olika strategier på ett annat sätt än i addition. Förståelsen av sambandet mellan addition och subtraktion kräver att eleven redan lärt sig en rad delfärdigheter (McIntosh 2020). Den som behärskar matematiska räknelagar och räkneregler och dessutom har en

variation av uppfattningar hur man löser subtraktionsuppgifter kan oftast hitta bra vägar för att reducera ett problem till enkla och välbekanta matematiska beräkningar (Löwing 2017). För att komma hit kan eleven träna genom huvudräkning såväl som skriftlig räkning och Löwing (2017) betonar hur viktigt det är att lärare synliggör alla subtraktionsstrategierna för eleverna så att de ska kunna översätta vardagsproblem till lämpliga beräkningar. För att kunna utföra enklare beräkningar med naturliga tal och lösa enklare rutinuppgifter med tillfredsställande säkerhet i skrift eller i huvudet krävs god taluppfattning. Detta innebär bland annat att behärska grundläggande additioner och subtraktioner med flyt (Löwing 2017). Gällande subtraktion hävdar Löwing (2017) att med flyt avser att automatisera lilla (1–9) och stora (10–19) subtraktionstabellen, alltså subtraktioner inom talområdet 1–19 (se tabell 1). Automatisera förklarar Löwing (2017, s. 98) med ”att lära sig något på ett sådant sätt att det snabbt kan hämtas från långtidsminnet”. Löwing (2017) hävdar också att denna automatisering bör ske innan eleven börjar med subtraktion som huvudräkning och i skrift inom respektive talområde.

19-1	19-2	19-3	19-4	19-5	19-6	19-7	19-8	19-9	19-10	19-11	19-12	19-13	19-14	19-15	19-16	19-17	19-18
18-1	18-2	18-3	18-4	18-5	18-6	18-7	18-8	18-9	18-10	18-11	18-12	18-13	18-14	18-15	18-16	18-17	
17-1	17-2	17-3	17-4	17-5	17-6	17-7	17-8	17-9	17-10	17-11	17-12	17-13	17-14	17-15	17-16		
16-1	16-2	16-3	16-4	16-5	16-6	16-7	16-8	16-9	16-10	16-11	16-12	16-13	16-14	16-15			
15-1	15-2	15-3	15-4	15-5	15-6	15-7	15-8	15-9	15-10	15-11	15-12	15-13	15-14				
14-1	14-2	14-3	14-4	14-5	14-6	14-7	14-8	14-9	14-10	14-11	14-12	14-13					
13-1	13-2	13-3	13-4	13-5	13-6	13-7	13-8	13-9	13-10	13-11	13-12						
12-1	12-2	12-3	12-4	12-5	12-6	12-7	12-8	12-9	12-10	12-11							
11-1	11-2	11-3	11-4	11-5	11-6	11-7	11-8	11-9	11-10								
10-1	10-2	10-3	10-4	10-5	10-6	10-7	10-8	10-9									
9-1	9-2	9-3	9-4	9-5	9-6	9-7	9-8										
8-1	8-2	8-3	8-4	8-5	8-6	8-7											
7-1	7-2	7-3	7-4	7-5	7-6												
6-1	6-2	6-3	6-4	6-5													
5-1	5-2	5-3	5-4														
4-1	4-2	4-3															
3-1	3-2																
2-1																	

Tabell 1. Subtraktionstabell för talen 1–19. Lilla subtraktionstabellen (1–9) är markerad med blått, det omarkerade området tillhör stora subtraktionstabellen (10–19).

För att kunna utföra beräkningar med flyt inom subtraktion krävs också att eleverna förstår strategierna tillräckligt väl för att tillämpa dem i olika situationer (Löwing 2017). Det är samtidigt viktigt att eleven förstår kopplingen mellan muntliga, textbaserade och verkliga problem och de beräkningar som behöver göras i det givna sammanhanget. Problemuppgifter skiljer sig från rutinuppgifter på så sätt att de många gånger är textbaserade där användningen av rutinmässiga lösningsmetoder inte är tillräckligt för eleverna. Här krävs i stället att eleven har färdigheter och kunskaper att välja och använda lämplig strategi utifrån karaktären på problemet. Det är här goda kunskaper om subtraktionsstrategierna blir särskilt viktiga och i förlängningen elevens flexibilitet att välja och använda mest effektiv strategi (McIntosh 2020). Forskning har visat att unga elevers tidiga matematiska prestationer skapar grunden för deras framtida akademiska framgångar i större utsträckning än andra förmågor som läsförmåga, minnesfärdigheter eller rumslig uppfattning (Van de Walle, Karp & Bay-Williams 2020). För att kunna utföra subtraktioner med tal i decimalform, med tal i bråkform och med negativa tal krävs det att eleverna tidigt får ett bra förhållningssätt till subtraktion och att de lyckas generalisera sina kunskaper (Löwing 2017). Löwing (2017) hävdar också att de olika områdena inom matematik bygger på tidigare kunskaper som eleverna ska ha med sig upp i årskurserna, vilket lägger ytterligare relevans på de grundläggande matematikkunskaperna.

## Begreppsdefinitioner

I den här studien har vi undersökt förekomsten och frekvensen av subtraktionsstrategierna och tillhörande beräkningsstrategi *ta bort - backa*, *komplettera - räkna upp* och *jämföra - se skillnad* och nedan följer en definition och förklaring av begreppen.

### Ta bort - Backa

Ett exempel på subtraktionsstrategin är följande:

Ivar bakade 8 stora muffins. Innan han la dem i en påse för att spara, åt han upp 1. Hur många sparade han?

Här kan eleverna tänka att de ska backa ett steg från 8. Om de är välbekanta med tallinjen blir operationen enkel. När det är få steg kan strategin vara ett bra alternativ. Van de Walle, Karp och Bay-Williams (2020) menar att strategin *ta bort* är svårare för elever att utföra mentalt, men samtidigt påstår författarna att strategin är vanlig, vilket troligtvis beror på att författare till matematikböcker ser att orden ”ta bort” hänger ihop med subtraktion, även om det finns fler subtraktionsstrategier. Löwing (2017) menar att elever som har uppfattningen om att subtraktion bara handlar om att minska eller ta bort, räknar bakåt på talraden när de subtraherar.

Ett räknefel som kan uppkomma är ifall eleven räknar bakåt och inkluderar ett tal för mycket. Vid frågan vad  $12 - 9$  är och eleven svarar 4 har eleven räknat med talet 12 när hen räknat ner. Om eleven inte fått lära sig flera subtraktionsstrategier och använder den här strategin i alla subtraktioner får hen bekymmer. Nämnda beräkningen hade lättare kunnat lösas genom att använda strategin ”komplettera”.

### **Komplettera - Räkna upp**

Ett exempel på subtraktionsstrategin komplettera är följande:

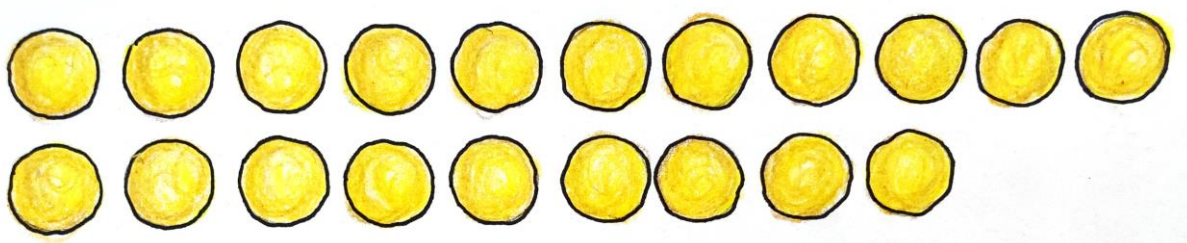
Bertil vill köpa en ny studsboll. Den kostar 18 kronor, men han har bara 15 kronor med sig. Hur mycket saknas?

Här kan eleverna tänka addition i stället för subtraktion, ”hur mycket behöver jag lägga till från 15 för att komma till 18?” (Van de Walle, Karp & Bay-Williams 2020). Eleverna räknar helt enkelt upp från 15 till 18 i stället för att ta bort 15 från 18 och kommer fram till svaret 3. Om en elev inte behärskar additionsstrategin ”uppräknig” finns det risk att eleven räknar fel i den här subtraktionsstrategin (Löwing 2017). Ett exempel är att eleven inkluderar ett tal för mycket vid uppräknigen. Exempelvis vid frågan vad  $18 - 15$  är kan eleven räkna upp från 15 till 18 och får då svaret 4. Enligt Löwing (2017) görs den här typen av fel av förvånansvärt många elever vid beräkning av grundläggande subtraktion.

### **Jämföra - Se skillnad**

Ett exempel på subtraktionsstrategin jämföra är följande:

Lavida fick 11 pannkakor och Ilija fick 9 pannkakor. Hur många fler pannkakor fick Lavida? I den här strategin gäller det att jämföra de båda talen. Hur stor skillnad är det mellan talet 11 och 9? Ett sätt att lösa det här problemet på är att rita ut alla pannkakor och lägga dem på en rad bredvid varandra.



*Figur 1. Pannkakor på rad för att se skillnaden mellan talen 9 och 11.*

Här blir det tydligt att de båda har 9 pannkakor och att Lavidia dessutom har två fler. Det går också att jämföra med 10. Lavidia har 1 mer pannkaka än 10 och Ilija har 1 pannkaka mindre än 10 och då blir differensen  $1+1 = 2$  (pannkakor). En annan jämförelse är ifall:

Hedvig hoppar 338 cm och Nicola hoppar 318 cm och frågan är hur mycket längre hoppar Hedvig? När de två längder jämförs upptäcks det att både hundratalen och entalen är lika. Då behöver varken strategin ta bort eller komplettera användas. Det räcker att jämföra tiotalen med varandra och få reda på att differensen är 2 tiotal, alltså 20 cm (Löwing 2017). Ytterligare ett exempel på strategin jämföra är där den större mängden och differensen är känd. Den minde mängden är den som ska räknas ut. Exempel: Maria har 100 kronor. Josefine har 30 kronor mindre. Hur mycket har Josefine? (Frisk 2009).

## **Tidigare forskning**

Den strategi och process som har använts för att systematiskt samla in, utvärdera och analysera relevant forskning till den här studien följer Eriksson Barajas, Forsbergs och Wengströms sex steg i urvalsprocess vid genomförandet av en systematisk litteraturstudie i utbildningsvetenskap (2018). Relevanta sökord har valts ut och många artiklar sållades bort i urvalsprocessen utifrån inkluderings- och exkluderingskriterier. De referensdatabaser som har använts är ERIC Proquest, International ERIC, Primo, Google Scholar och SwePub. Dessutom har manuell sökning genomförts i form av att referenslistorna i utvald litteratur från databaserna granskades, vilket resulterade i att ytterligare artiklar kunde inkluderas i urvalet. Det här är i enlighet med det fjärde steget i processen av Eriksson Barajas, Forsberg och Wengström (2018). Den tidigare forskningen som identifierats har kategoriserats i överskådliga områden; lärarhandledningar och klassrumspraktik, matematikbokens innehåll samt studier i klassrummet. Totalt har 22 publikationer identifierats som redogör för forskning inom matematikläromedel på lågstadiet. Publikationerna ligger till grund för det här avsnittet så väl som för motivering av genomförd studie.

## **Lärarhandledningar och klassrumspraktik**

Varför är lärarhandledningar och klassrumspraktik viktigt i en studie där läromedelsanalys är i fokus? Inledningsvis i den här studien konstateras det att matematikboken i stor utsträckning är styrande för undervisningen i svenska matematikklassrum. Till läroböckerna hör lärarhandledningar och ibland är materialet importerat och ibland är materialet inhemskt producerat. Handledningarna kan vara antingen traditionella eller utbildande i sitt utformande. Den forskning som hittats inom det här området visar att typ av lärobok påverkar

klassrumspraktiken. I Holmbergs och Ranagårdens studie (2016) visar det sig att läroboken är lika med matematikundervisning, oavsett om lärare eller elever tillfrågas. Den visar också att läroboken ibland används som en checklista inför de kunskapskrav som eleverna förväntas ha inför ett nationellt prov eller när de går ur lågstadiet. Detta menar forskarna påverkar lärarna och i synnerhet eleverna om vad matematik är och kan vara, eftersom undervisning genom lärobok framför allt bidrar till att eleverna inte kan koppla ihop matematiken med det vardagsnära. Forskarna visar också att den starka lärobokstraditionen blir problematiskt när eleverna behöver hjälp då de genom användning av matematikboken i högre utsträckning förväntas kunna eller lära sig strategier på egen hand (Holmberg & Ranagården, 2016).

Andra forskare har tittat mer på skillnaden mellan svenska och utländska läromedel eller kursplaner (Elicer, Lindenskov Tamberg, Bråting & Kilhamn 2023). I en jämförelse mellan de svenska och danska kursplanerna i matematik kring området programmering skilde det sig markant mellan länderna, vilket så klart också visar sig i hur elever i de olika länderna introduceras till området. Den här forskningen visar hur olika kunskapsfokus och tradition kring lärande olika länder har och visar också hur problematiskt det kan bli när läroboksmaterial importerar från andra länder, vilket kommande beskriven forskning vittnar om. När svenska lärare använder sig av importerade läroböcker, som blivit översatta och omarbetade till svensk kontext, kan det vara god idé att lärarna också har kännedom om klassrumskulturen i de länder som läroböckerna ursprungligen skrivits för. Även om lärarna tar sig an lärarhandledningen till fullo finns där inte information om det som varit självklart för huvudförfattarna, hur normer och traditioner i klassrummen är där. Hemmi, Krzywacki och Liljekvist (2018) har tittat på hur svenska lärare använder ett finskt läromedel och bidrar i sin forskning med hur lärarens relation till lärarhandledningar reflekteras på existerande kulturella lärarnormer. De menar att rationella resonemang, eller snarare bristen på dem, påverkar ett givande samspel med en ny lärarhandledning. Forskarna presenterar också att det för flera av lärarna i studien fanns en osäkerhet huruvida det materialet svarade mot de kunskapskrav som eleverna behöver för att prestera väl på de nationella proven.

Det finns också forskare som tittat på hur lärarhandledningarnas design påverkar klassrumspraktiken där kulturella aspekter spelat en mindre roll (Ahl, Gunnarsdóttir, Koljonen & Pálsdóttir 2015; Neuman, Hemmi, Ryve & Wiberg 2014). Ahl et al. (2015) redogör i sin forskning om det som kan kallas traditionella lärarhandledningar och utbildande

lärarhandledningar. Handledningarna skiljer sig på så sätt att den traditionella handlar om hur läraren kan stödja elevens individuella arbete i matematikboken medan den utbildande också erbjuder läraren utvecklingsmöjligheter dels kunskapsmässigt, dels genom förslag på givande lärandeaktiviteter. Forskningen visar att lärarna som använde läroböcker med en utbildande lärarhandledning hade en mer varierande undervisning i matematik vilket i förlängningen gav eleverna ett större utbud av lärmöjligheter (Ahl et al. 2015). I förlängningen kan det större utbudet antas leda till att elevernas kunskaper kring användningen av strategier vid beräkning eller problemlösning av matematiska uppgifter ökar.

Till skillnad från Ahl et al (2015) visade Neuman et al. (2014) att de lärare som använde mer utbildande lärarhandledningar var i större utsträckning nöjda med sitt material än de som hade traditionella lärarhandledningar. För de som använde den mer traditionella lärarhandledningen uppfattade lärarna att den inte gick hand i hand med kursplanen och inte heller deras egna uppfattningar om kvalitet på instruktioner till eleverna. Studien av Neuman et al. (2014), fokuserade på lärarnas upplevda stöd av lärarhandledningsmaterialet i relation till de instruktioner som delgavs eleverna i undervisningssituationen. De lärare som använde matematikböcker med en mer utbildande lärarhandledning upplevde i högre utsträckning att den gav stöd i undervisningen. Däremot visade studien att lärarna upplevde att ingen av lärarhandledningarna gav tillräckligt stöd i undervisningen till de elever som behöver extra stöd eller ytterligare stimulans.

Ytterligare en studie, som mer fokuserar på handlingarna i klassrummet (Engvall, 2013) visar att de handlingar som främst förekommer i de matematikklassrum som observerades huvudsakligen styrs direkt eller indirekt av läroboken i matematik. Handlingarna i klassrummen varierar dock i grad och till sin karaktär vilket visar på de stora skillnader i vilka lärmöjligheter som eleverna ges möjlighet till. I de klassrum där läroboken främst var i fokus ses den som en artefakt om direktiv, regler och anvisningar för hur eleverna ska tänka vid beräkningar, exempelvis hur man utför beräkningar med mellanled, oavsett om eleven själv har behov av beräkningen med mellanled eller inte. I ett av klassrummen i belyst studie var läroboken inte i fokus. Fokus var i stället samtal om matematik, beräkningar i helklass eller i grupp men även elevernas egna resonemang fick ta plats. Även om Engvall (2013) i sin studie inte belyser vilka matematikböcker som använts, är det rimligt att fundera över kopplingen mellan

läroboksmaterialets traditionella eller utbildande utgångspunkt och variationen av undervisning som yttrar sig i klassrummet, som föregående nämnda forskare påvisat.

### **Matematikbokens innehåll**

Petersson, Sayers, Rosenqvist och Andrews (2019) har i likhet med Hemmi, Krzywacki och Liljekvist (2018) tittat på läromedel som importeras till Sverige. Fokus har varit själva läroboken som eleverna använder för individuellt räknande. Petersson et al. (2019) har i sin studie kommit fram till att en brittisk respektive svensk översättning av ett singaporienskt läromedel skiljer sig åt i frekvens av en viss typ av räkneuppgifter men också i strukturell uppbyggnad. Detta menar forskargruppen tyder på att respektive lärobok har översatts för att försöka passa respektive lands kontext och läroplan. I jämförelse med forskningen av Hemmi, Krzywacki och Liljekvist (2018) kan översättningen av importerade läromedel, i hopp om att förbättra elevers skolresultat (I tester från PISA presterar elever från Finland och Singapore bättre än svenska elever), vara problematiskt då inhemskt material sannolikt är skriven utifrån den kontext och tradition kring undervisning som råder där, men såklart även utifrån kunskapskraven i respektive lands läroplan. (Sayers, Petersson, Rosenqvist & Andrews 2021) har jämfört hur fördelningen av uppgifter som berör grundläggande taluppfattning ser ut i tre olika svenska matematikböcker, varav två är översatta importer från Finland respektive Singapore. Det visade sig att de utvalda läroböckerna innehåller olika stora mängder av dessa uppgifter, vilket resulterar i statistiskt signifikanta skillnader med avseende på elevers möjligheter att förvärva grundläggande taluppfattning (Sayers et al. 2021). Dessutom visade det sig att det finns stora skillnader i hur de här uppgifterna placerades i läroböckernas struktur, vilket kan skapa pedagogiska utmaningar för lärare som ska försöka anpassa sin undervisning efter förväntningarna på importerade läromedel.

I likhet med studien från Petersson et al. (2019) kan Sayers et al. (2021) påvisa problem som uppkommer med importerade läromedel. Även i studien av Petersson, Sayers och Andrews (2021 & 2022) har skillnader i olika importerade matematikböcker upptäckts. De har jämfört dem genom olika matematiska metoder, som vanligtvis används i andra sammanhang. Detta för att tydligt påvisa skillnaderna mellan svenskförfattade läroböcker och olika översättningar av samma översatta singaporienska bok eller finska bok som används i Sverige respektive England. Forskarna har studerat hur mycket och på vilka sätt grundläggande taluppfattning förekommer i läroböckerna. I allmänhet erbjuder den svenskförfattade läroboken upprepade cykler av möjligheter inom grundläggande taluppfattning, den finskförfattade läroboken



erbjuder sådana möjligheter kontinuerligt, och den singaporienskt författade läroboken erbjuder vanligtvis möjligheter inom grundläggande taluppfattning endast inom sina tidigare sidor i läroboken (Petersson, Sayers & Andrews 2021).

Norberg (2019) har analyserat svenska matematikläroböcker och sett att valet av lärobok påverkar elevens förmåga att uppleva olika subtraktionssituationer. Norberg (2019) har studerat på vilka sätt matematikläroböcker erbjuder meningsskapande för eleverna och anser att det är komplext och att lärare måste vara medvetna om att elever kan tolka uppgifter på många olika sätt. Det varierar hur elever använder bilderna i läroböckerna när de ska lösa matematiska uppgifter inom subtraktion, vilket Norberg (2021a) upptäckt i sin studie. En del elever förstår med en gång hur författaren tänkt att eleven ska tolka vissa bilder, men ibland kan samma elev behöva stöd för att tolka en bild. I en annan studie av Norberg (2021b) upptäcktes det också att vissa elever uttrycker att bilderna i matematikboken endast är till hjälp för elever med svårigheter i matematik och att inte använda sig av bilderna signalerar att eleven har goda kunskaper i matematik. Det blir således eftersträvansvärt att inte använda bilderna som stöd vid beräkningar. Att ha den inställningen kan i det långa loppet påverka elevernas självförtroende i matematikämnet (Norberg 2021b). Norberg (2021a) hävdar att det är viktigt att låta eleverna få använda den typ av representation de känner sig säkra med att använda, när de arbetar med matematik. Möjligheten till elevers individuella arbete med matematikläroboken kombinerat med läromedel som tar bättre tillvara på elevers tidigare kunskaper på olika sätt skulle vara önskvärt, menar Norberg (2021b). Läroböcker kan förbättras som inlärningsverktyg, hävdar Norberg (2023). I sin forskning lyfter Norberg (2023) fram matematikläromedels multimodala aspekter och framhäver att en ökad medvetenhet om det över lag hos lärare skulle kunna stödja elevernas matematiska lärande.

Flera av de läromedelsanalyser som granskats i den här studien har hittat brister eller signifikanta skillnader inom det fält som de undersökt, vilka några redan är redogjorda för. Så är även resultaten från Bråting, Madej och Hemmi (2019) och Berggren (2022). I den förstnämnda studien undersöktes det algebraiska innehållet i läroplanen och i läroböcker samt hur progressionen ser ut från årskurs 1 till årskurs 6. Berggren (2022) har tittat på förekomsten av tre konceptuella metaforer för bråk i fyra olika läroboksserier och vill veta vad som är prevalensen av metaforerna och vilken typ av svar på deluppgifter som krävs av elever i de undersökta läroböckerna. Bråting, Madej och Hemmi (2019), som har analyserat två olika

läroböcker, har sett en tydlig progression i dem, när de går från det konkreta, som exempelvis bilder, till det abstrakta, som matematiska symboler. Däremot upptäckte de att det finns en skillnad i algebraiskt innehåll mellan de båda undersökta läroböckerna. Berggren (2022) har också upptäckt skillnader mellan de läroböcker som han har tittat närmare på. Han hävdar att i två av läroboksserierna finns det få uppgifter som berör två av de fyra konceptuella metaforerna för bråk och dessutom saknas den ena konceptuella metaforen helt och hållet i en av läroboksserierna (Berggren 2022). Vidare anser Berggren (2022) att det är lärarens ansvar att aktivt reflektera över hur de konceptuella metaforerna för bråk återfinns i matematikläroboken och själva överväga ifall den valda läroboken uppfyller deras krav och önskemål. Även Norberg (2019, 2023) inser att det ligger mycket ansvar på den enskilda läraren för att ge eleverna möjligheten att uppnå de godtagbara kraven.

Den tvärkulturella studien av Hemmi, Lepik, Madej, Bråting och Smedlund (2019) fokuserar på specifika aspekter av introduktionen till tidig algebra i matematikböcker från Estland, Finland och Sverige. Grannländerna har trots relativt lika skolsystem olika resultat i internationella studier som mäter elevers prestationer. Resultaten från deras studie visar på skillnader inte bara mellan länderna, utan också mellan olika språkgrupper inom samma land och likheter mellan samma språkgrupper i olika länder (Hemmi et al. 2019). Studien visar även att den finska läroboken för finsktalande och estländska matteböckerna har en högre grad av svårare uppgifter samt fler problembaserade uppgifter som är starkt kopplade till att lösa konkreta vardagliga problem. I den estländska matematikboken introduceras bokstäver i ekvationer direkt, till skillnad från de andra undersökta matematikböckerna (Hemmi et al. 2019).

### **Studier i klassrummet**

Några av de studier som identifierats för det här avsnittet berör interventioner kring aritmetik eller specifikt subtraktion i lågstadiet. I en av studierna (Kullberg, Björklund, Runesson Kempe & Brkovic 2024) ville forskarna undersöka om ett specifikt strukturerat sätt att arbeta förbättrade elevernas förmåga kring beräkningar av addition och subtraktion med tio-tals-övergångar. Det strukturerade arbetssättet som användes för interventionen baserades på tidigare forskning om vad elever behöver urskilja för att utveckla en förståelse för del-helhetsrelationer av tal. Interventionen visade att eleverna förbättrade förmågan till effektiva beräkningar i addition och subtraktion på både kort sikt (i direkt samband med avslutad intervention) och på lång sikt (ett år efter avslutad intervention) jämfört med kontrollgruppen

som i större utsträckning räknade efter ett steg i taget. Det visade sig också att interventionsgruppen vid den långsiktiga uppföljningen kunde applicera denna förmåga på högre tal jämfört med vad som lärdes ut under interventionen.

I likhet med Kullberg et al. (2024) undersökte även Roos, Fälth, Karlsson, Nilvius, Selenius och Svensson (2023) elevers aritmetiska kompetens, men med fokus på om en specifik modell (RTI, multi-tiered response to intervention model) kan stödja elever med låg aritmetisk kompetens samt låg i riskzonen för att misslyckas. Eleverna följdes under en längre tid (mer än ett år) och det visade sig att interventionsgruppen förbättrade sin aritmetiska kompetens inom talområdet 1–9 jämfört med kontrollgruppen. På talområdet 10–19 var inte förbättringarna signifikanta jämfört med kontrollgruppen. Studien av Roos et al. (2023) visar på vikten av att övervaka och använda explicita instruktioner i addition och subtraktion, inte bara i intervallet 1–9, utan även i intervallet 10–19 och att explicit arbeta med samband och översättningar mellan representationer. Tidiga insatser kan vara en viktig hörnsten i det förebyggande arbetet och förebygga att elever får det svårt med matematik menar Roos et al. (2023).

I studien av Kullberg, Björklund och Runesson Kempe (2024) fokuserades det på vilka talrelationer eleverna ser i en tresiffrig subtraktionsuppgift och hur de ser dem. Forskarnas analys av elevernas nedbrytningsstrategier visade skillnader i hur väl de lyckades lösa uppgiften. Resultatet visar att elever som samtidigt upplevde relationer inom talen och relationer mellan talen när de löste uppgiften lyckades lösa den, medan de som inte gjorde det misslyckades. De här resultatet har betydelse för att förstå vad eleverna behöver urskilja för att kunna lösa subtraktionsuppgifter på ett säkert sätt. När de bryter ner differensen genom att bryta ner den andra termen (subtrahenden) ledde det till korrekta svar, men när eleverna bröt ner i siffror ledde det till felaktiga svar, och när de bröt ner första termen (minuenden) och andra termen (subtrahenden) resulterade det i en rad olika slags svar (Kullberg, Björklund & Runesson Kempe 2024).

I likhet med Kullberg, Björklund och Runesson Kempe (2024) har Johansson (2007) tittat på elevers prestationer och inte gjort någon intervention. Johanssons rapport (2007) redovisar för tre studier som behandlat sifferskrivningens roll för aritmetiska prestationer. Debatten har tidigare rört när det är dags att lära ut sifferskrivning för elever. En del forskare hävdade så tidigt som möjligt, medan andra ville senarelägga införandet. I den här redovisningen visar det

empiriska resultatet, något överraskande för forskarna, att debatten på ett praktiskt plan redan lösts av barnen själva, i det att de har lärt sig före den formella skolgången att skriva nästan alla de 10 siffrorna på egen hand. Skrivandet av omvända siffror visade sig korrelera positivt med aritmetiska prestationer, särskilt för yngre barn. Endast utelämnandet av många siffror var kopplade till låga aritmetiska prestationer. Det här resultatet motsäger direkt tesen att tidig sifferskrivning hindrar utvecklingen av förmågan att lösa aritmetiska problem. Dessa resultat indikerar att det spelar ingen roll om siffrorna är skrivna omvänt eller korrekt, grafemet 4 kan användas för att representera talet 4 både när det är rättvänt eller felvänt.

Hassler Hallstedt, Klingberg och Ghaderi (2018) har studerat effekten av matematikundervisning på surfplatt hos lågpresterande elever i åk 2. Studien visar att adaptiv matematikträning på surfplatta kan hjälpa lågpresterande 8-åringar att komma i kapp ungefär ett halvårs skolgång i viktiga matematiska färdigheter. Den här studien skiljer sig från de andra studierna med interventioner på det viset att den använder sig av digitala hjälpmedel, men studiernas resultat går ändå att jämföra. I de fall där elever har fått en extra insats i matematikinläringen har resultaten fått en positiv utgång (Kullberg et al 2024; Roos et al. 2023; Hassler Hallstedt, Klingberg & Ghaderi 2018). Det verkar inte spela någon roll ifall digitala eller analoga hjälpmedel har använts, det verkar snarare bero på att eleverna har fått mer tid och hjälp att fokusera och förstå ett visst matematiskt område. Utifrån de här studierna kan antagandet göras om att interventioner i någon form för en riktad målgrupp tenderar att ge positiv effekt.

Tidigare nämnd forskning visar att läroboken dominerar matematikundervisningen i Sverige, på ett eller annat sätt. Till läroboken hör en lärarhandledning som vägleder läraren att antingen stödja elevens arbete i matematikboken och/eller samtidigt utbildar läraren samt lägger förslag på elevaktiviteter kopplat till det matematiska område som behandlas. Vidare visar forskningen att hur läroboken och lärarhandledningen är utformad och strukturerad påverkar vad som sker i undervisningssammanhanget. Lärarhandledningar och klassrumspraktik går hand i hand. (Ahl et al. 2015; Engvall 2013; Holmberg & Ranagården 2016; Neuman et al. 2014) Ytterligare forskning fokuserar på hur olika typer av interventioner påverkar elevers kunskap inom ett visst matematiskt område, där kortsiktiga såväl som långsiktiga interventioner visar en positiv effekt på elevernas kunskaper (Kullberg et al 2024; Kullberg, Björklund & Runesson Kempe 2024; Roos et al. 2023; Hassler Hallstedt, Klingberg & Ghaderi 2018). I mångt och mycket berör

tidigare forskning inom matematik på lågstadiet årskurs 1. Motiven för detta anges vara att grundläggande taluppfattning samt addition och subtraktion behandlas framför allt i de tidigaste åldrarna i lågstadiet (Johansson 2007; Kullberg et al. 2024; Norberg 2019, 2021a, 2021b & 2023; Petersson et al. 2019; Petersson, Sayers, & Andrews 2021; Roos et al. 2023; Sayers et al. 2021). Någon studie belyser progressionen inom ett visst matematiskt område (algebra eller bråk) från årskurs 1–3 eller årskurs 1–6.

### **Tidigare forskning i relation till den här studien**

Identifierade studier med fokus på subtraktion riktas framför allt mot årskurs 1 (Johansson 2007; Norberg 2019, 2021a, 2021b, 2023; Roos et al. 2023). Det saknas läromedelsstudier på subtraktion genomförda på svenska skolor i årskurs 2 och 3 och det saknas också studier som tittat på fördelningen av subtraktionsuppgifter över tid. I studierna har det konstaterats att fördelningen av subtraktionsstrategier varierar mellan böcker och att det finns en överrepresentation av uppgifter inom subtraktionsstrategin *ta bort*. Norberg (2019, 2021a, 2021b & 2023) har enbart tittat på subtraktion i läromedel riktade mot årskurs 1. Hon lyfter fram avsaknaden av liknande forskning i synnerhet utifrån att många elever har svårt med subtraktion. Mot bakgrund av att elever dels har svårigheter med subtraktion och att de flesta svenska studier fokuserar på årskurs 1 är det för denna studie relevant att studera en och samma bokserie inom området subtraktion från årskurs 1–3. Bidraget för den här studien blir således att vi ämnar komplettera forskningsfältet med ytterligare undersökning för att se om fördelningen av subtraktionsstrategier jämnas ut över de tre årskurserna. En liknande studie på subtraktionsområdet har inte identifierats.




## **TEORETISKA UTGÅNGSPUNKTER**

För att genomföra den här läromedelsanalysen har vi utgått från innehållsanalys med särskilt fokus på matematiskt innehåll som rör subtraktion. En läromedelsanalys ger en modell för att förklara hur och varför en lärobok är utformad på ett visst sätt samt vilken uppfattning om kunskap och lärande som förmedlas genom den lärobok som undersöks. Vi har dessutom låtit innehållsanalysen informeras av teoretiska begrepp som valts ut från Frisks läromedelsanalys (2009). Vi har systematiskt undersökt och tolkat ett läromedel med hjälp av metoder för innehållsanalys. I nästa avsnitt kommer innehållsanalys som metod att beskrivas. För att kunna utföra en kategorisering på de olika subtraktionsstrategierna har vi tagit hjälp av Frisks signalord (2009), Löwings definitioner (2017) och Norbergs studie (2014). Utifrån detta har vårt kodningsschema och kodningsmanual skapats. Subtraktionsstrategin *ta bort* handlar om

någonting som förändras i tid. Helheten och den del som blir kvar finns inte samtidigt (Frisk 2009). De signalord som vi valt att använda för att kategorisera strategierna är följande för *ta bort*: ta bort, minska, ta ifrån, blir färre, blir kvar, neråt, köper, tappar, äter upp, ger bort. Subtraktionsstrategin *komplettera* handlar om en ökning av en mängd. Här är den slutliga helheten känd och delarna före ökningen söks (Frisk 2009). Signalorden för *komplettera* är följande: komplettera, Hur mycket saknas, fattas, fyll upp, behövs för att nå, lägg till för att nå, hur länge, hur många behöver. Subtraktionsstrategin *jämföra* handlar om en jämförelse mellan två olika mängder. Den större mängden och den mindre mängden eller differensen är känd (Frisk 2009). Signalorden för *jämföra* är följande: skillnaden, fler än/färre än, hur mycket större/mindre, hur många har inte, mer än, alla adjektiv i komparativ form ofta tillsammans med prepositionen *än*, exempelvis mindre än, större än, kortare än och tyngre än.

Vi har även valt att tolka de bilder som finns i läroböckerna och kategoriserat dem inom de olika subtraktionsstrategierna utifrån Norbergs studie om illustrationer i matematikböcker (2014). Vi har tittat på både text och illustration tillsammans och då det varit motsägelser mellan texten och bilden låtit bilden vara styrande för kategoriseringen. I exemplet i figur 2 identifieras signalordet *fattas*, som hör till kategorin *jämföra*, samtidigt som det finns illustrerade bollar att stryka över, vilket uppmuntrar till kategorin *ta bort*.

**2. Skriv termen som fattas.**

 $4 - \square = 3$ $4 - \square = 1$	 $5 - \square = 2$ $5 - \square = 3$	 $6 - \square = 2$ $6 - \square = 4$
---	---	---

Figur 2. Mångtydighet i uppgiften där det står *fattas*, som uppmuntrar till subtraktionsstrategin *jämföra* samtidigt som det finns tecknade bollar att stryka över, vilket uppmuntrar till subtraktionsstrategin *ta bort*.

(Favoritmatematik 1A, s. 151)

Den här uppgiften har alltså kategoriserats som *ta bort* och i underkategorin *mångtydighet*, vilket beskrivs ytterligare under rubriken *datainsamlingsmetod*.

Norberg (2014) menar genom sin studie att elever erfar subtraktion genom de illustrationer som de möter i sina läroböcker. Många yngre elever har som vana att först titta på illustrationerna i

matematikuppgiften och därefter läsa instruktionen, därför valde vi att låta illustrationen vara styrande då vi kategoriserade de mångtydiga uppgifterna.

## **METOD OCH MATERIAL**

I den här delen beskrivs först den valda metoden innehållsanalys, varför den valdes och hur den använts i studien. Vidare beskrivs vår kvantitativa och kvalitativa ansats och hur vi har arbetat med båda perspektiven i kombination. Hur materialet har valts ut beskrivs också likväl som hur analysprocessen genomförts.

### **Innehållsanalys som metod**

Bryman (2011) beskriver innehållsanalys som en metod som undersöker och analyserar dokument och texter. Innehållet ska kvantifieras utifrån i förväg utformade kategorier. Det är en flexibel metod som kan användas i olika slags sammanhang. Då vi ville undersöka frekvensen av subtraktionsstrategierna i de olika läroböckerna lämpade sig den här metoden väl. I en innehållsanalys består mätning av att räkna förekomster av någon eller några slags enheter som specifika ord, fraser, innehållskategorier eller teman (Weber 1990). Tema är ett centralt begrepp i innehållsanalys. För den här studien är temat subtraktionsstrategier och har identifierats med stöd av tidigare forskning och annan litteratur på ämnet (Löwing 2017; McIntosh 2020; Frisk 2009; Van de Walle, Karp & Bay-Williams 2020). Krippendorff (2019) beskriver många olika sätt där innehållsanalys används, men då Weber (1990) vid upprepade tillfällen säger att det inte finns ett enda rätt sätt att utföra en innehållsanalys på väljer vi att beskriva innehållsanalysen på ett grundläggande sätt och på det sättet som vi använt den på. I enlighet med metoden och i relation till vår studie innebär det att empiri skapas utifrån de tema och de kategorier vi valt att använda. Vårt kodningsschema (se bilaga 3) skapade vi efter matematiska kategorier beskrivna av Löwing (2017) och med hjälp av signalord från Frisk (2009). Empirin har således skapats av oss och påverkas av de val som vi gjort. När innehållsanalys som metod beskrivs finns ofta två egenskaper med i beskrivningen, objektivitet och systematik. Det betyder att det är viktigt att tydligt specificera hur material ska hänföras till olika kategorier, det som kommer att bli kodningsschemat, studiens analysinstrument (Bergström & Boréus 2017). Med avseende på noggrannheten i processen kring upprättandet av kodningsschema är begreppet tydlighet viktigt inom innehållsanalys.

I linje med de principer som Bergström och Boréus (2017) beskriver kommer vi sträva efter att tillämpa ett systematiskt och objektiva tillvägagångssätt. För den här studien konkretiseras det här genom att vi noggrant kommer att välja ut kategorier utifrån det identifierade temat. Kategoriseringen utgör således ett stöd för oss att organisera och strukturera materialet på ett logiskt och konsekvent sätt (Krippendorff 2019). Kodningsschemat passar vår studie då vi avser att lyfta fram frekvens och förekomst av strategierna i läroböckerna. Att identifiera relevanta kategorier hjälper oss sedan att tolka materialet. Kodning är ett begrepp som är viktigt inom innehållsanalys, för till kodningsschemat finns en kodningsmanual, den används alltid och finns som stöd på de analysenheter där tveksamhet råder. Manualen är ett stöd att använda för att förtydliga eller ge djupare förklaring till alla kategorier som används för varje enhet som ska kodas (Bryman 2011). Kodningen ger oss också en möjlighet att diskutera varför resultatet ser ut som det gör. Med objektivitet menas att det klart och tydligt ska framgå hur kodningen går till för att visa att inga personliga värderingar finns med i processen (Bryman 2011). För att öka objektivitet i processen kommer vi sträva efter tydliga definitioner för respektive kategori och i sorteringen därmed minimera risken för subjektiva bedömningar. Innehållet kan analyseras antingen manuellt eller med dator. Det senare lämpas bäst på textbaserat material som består av stora volymer. Då vi avser att leta efter olika subtraktionsstrategier och materialet är av mindre volym lämpar det sig att utförandet sker manuellt. Räkningen har således skett manuellt. Fördelar som nämns i samband med manuell analys är i förlängningen den ökade möjligheten att genomföra mer komplicerade bedömningar och tolkningar (Bergström & Boréus 2017). Denna fördel harmoniserar således med studiens kvalitativa perspektiv. Med objektivitet och systematik samt transparens genom hela processen tilltar dessutom chansen för ökad validitet och reabiliteten (Bryman 2011).

En kritik som riktas mot innehållsanalys är att det lägger lite eller ingen vikt vid sammanhangets betydelse, med det menas att det som avser att analyseras "rycks ur sitt sammanhang". En annan kritik är att det osynliga inte räknas, innehållsanalysen fokuserar ju enbart på det som explicit uttrycks. Ytterligare en kritik är validitetsproblem, så som stora kodningskategorier eller omfattande datoranalyserade material (Bergström & Boréus 2017). Eftersom det här en relativt liten studie kommer stora kodningskategorier kunna undvikas och på så sätt bidra till en högre validitet. Tack var studiens kvalitativa perspektiv blir det också möjligt att i tolkningen av materialet minska påvisade brister som finns mot innehållsanalys som metod. Detta eftersom



det kvalitativa perspektivet tar hänsyn till bland annat läromedlets kontextuella betydelse, alltså inom vilket sammanhang som läromedlet används.

## **Kvantitativa och kvalitativa perspektiv som ansats**

En kvantitativ metod studerar det som kan avgränsas och mätas. Ord som mängd, storlek och vikt är relevanta i en kvantitativ studie och det ska finnas väl definierade variabler. Egentligen är det inte metoden i sig som är kvantitativ, utan snarare det som ska studeras genom metoden (Denscombe 2009). För att svara på vårt syfte behövdes en mätbar metod och innehållsanalys valdes, då den dels har använts i liknande studier, dels stöder oss i vår process. Denscombe (2009) beskriver att kvantitativa data består av siffror, vilket svaret på vår första frågeställning blev. Vår studie bygger på kvantitativa data på en nominalskalenivå där en kartläggning av frekvensen av subtraktionsstrategier som läroböckerna erbjuder eleverna utförts (Denscombe 2009). Den här metoden är lämplig att använda för att uppnå syftet. Denscombe (2009) beskriver att data på en nominalskalenivå genereras genom att räkna saker och placera dem i en kategori, vilket beskriver vår studie väl.

Merparten av undersökningen i den här studien görs utifrån ett kvantitativt perspektiv, genom att räkna och sortera subtraktionsuppgifter, men vi använder oss också av kvalitativa aspekter. De kvalitativa perspektiven framträder genom att ge stöd i tolkningen av bilder och figurer i materialet och som sedan använts för att kategorisera och därmed kvantifiera de olika kategorierna i materialet. Det har också varit ett stöd i tolkningen av de kvalitativa aspekterna i resultatet, alltså där bilder och text jämförs mellan årskurserna. Kombinationen av de två forskningsperspektiven kompletterar varandra och vi menar att det inte hade varit möjligt att genomföra den kategoriseringen av subtraktionsstrategierna som framgent beskrivs utan tolkning av de illustrationer och instruktioner som läroböckerna erbjuder.

## **Urval av material**

För att veta vilken eller vilka läroböcker som skulle ingå i den här studien behövde vi veta vilka läromedel som används mest i Sverige och/eller i en utvald kommun. Bokförlaget Studentlitteratur (Studentlitteratur 2024) skriver själva på sin hemsida att deras bok Favoritmatematik är hela Sveriges favorit och att den är Sveriges mest använda matematikläromedel. Det har vi dock inte fått bekräftat då det är svårt att erhålla den uppgiften från förlag då de inte vill dela med sig av sådana uppgifter, vilket flera av de utvalda publikationerna i den här studien också påpekat (Madej 2021; Bråting, Madej & Hemmi 2019).

I de utvalda publikationerna som gjort läromedelsanalyser kunde vi också se att de valt matematikböcker på liknande sätt. En del forskare har valt läroböcker efter argumentet att de används av många skolor eller av bekvämlighetsskälet att det är den matematikbok som används på den skola som forskaren fått lov att göra undersökningar på. Det är dock ingen studie som tydligt visat hur de kommit fram till vilka läromedel som är mest använda i Sverige och det är heller ingen information som vi kunnat få tag på. Vi har därför baserat vårt val på dels de utvalda publikationerna i avsnittet *Tidigare forskning* dels på sammanställningen av en utvald kommuns skolors val av matematikbok. Efter att ha sammanställt en tabell på vilken lärobok som förekom flest i publikationerna och dessutom används i Sverige, kunde vi konstatera att Favoritmatematik, Eldorado och Singma varit med lika många gånger, se bilaga 1. Därför fick svaret på vilken bok som används av flest kommunala skolor i en mellanstor västsvensk kommun bli avgörande för vårt val. Det var tydligt att Favoritmatematik används på flest skolor i den utvalda kommunen. Den uppgiften erhöll vi genom att fråga rektorer eller lärare på varje skola via mejl eller telefonsamtal. Vi kontaktade alla 17 kommunala skolor och fick svar från alla, se bilaga 2. Hela läroboksserien som vi gjort en läromedelsanalys på finns presenterad i tabell 2.

Namn	Författare	Årtal	Förlag
Favoritmatematik 1A	Ristola Kertuu, Tapaninaho Tiina & Tirronen Lea	2012	Studentlitteratur
Favoritmatematik 1B	Ristola Kertuu, Tapaninaho Tiina & Tirronen Lea	2012	Studentlitteratur
Favoritmatematik 2A	Ristola Kertuu, Tapaninaho Tiina & Vaaraniemi Leena	2018	Studentlitteratur
Favoritmatematik 2B	Ristola Kertuu, Tapaninaho Tiina & Vaaraniemi Leena	2012	Studentlitteratur
Favoritmatematik 3A	Karppinen Jaana, Kiviluoma Päivi & Urpiola Timo	2013	Studentlitteratur
Favoritmatematik 3B	Karppinen Jaana, Kiviluoma Päivi & Urpiola Timo	2013	Studentlitteratur

Tabell 2. Läromedel som är föremål för analysen

Med hjälp av kontakter från våra tidigare VFU-platser och kurskamrater lyckades vi få tag på

hela läroboksserien som vi ville studera. Anledningen till att Favoritmatematik 2A och 2B är från olika år, beror alltså på att de är lånade från olika platser.

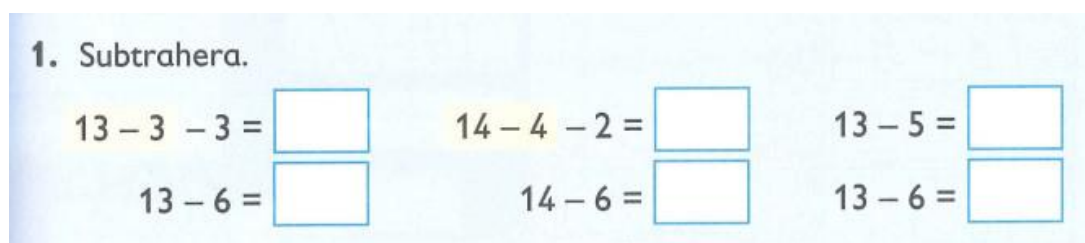
## **Datainsamlingsmetod**

Innan datainsamlingen från de sex olika läroböckerna genomfördes identifierades, i enlighet med innehållsanalys, tydliga kategorier, vilka fördes in i det som kallas kodningsschema, se bilaga 3. Parallellt med kodningsschemat upprättades även en kodningsmanual, se bilaga 4. De olika huvudkategorierna som valdes var de tre subtraktionsstrategierna *ta bort*, *komplettera* och *jämföra*. Dessa utvalda kategorier kallas inom innehållsanalys för kodningsenheter (Bergström & Boréus 2017). Dessa subtraktionsstrategier har identifierats med hjälp av Frisk (2009) och Löwing (2017). Inom dessa kategorier identifierades även underkategorier som är avsedda att spegla variationen av respektive kategori. Sorteringen till respektive kategori utgick från antingen text eller illustrationer eller en kombination av dem båda. För att kunna sortera subtraktionsstrategierna i tydliga kategorier identifierades flera signalord i texten som är kopplade till varje strategi. Subtraktionsstrategin *ta bort* handlar om någonting som förändras i tid. Helheten och den del som blir kvar finns inte samtidigt (Frisk 2009). Några av använda signalord är: ta bort, minska och blir färre. Exempel på underkategorier inom respektive subtraktionsstrategi är kategorin mångtydighet. Utifrån kodningsschemat i bilaga 3 och kodningsmanualen i bilaga 4 hamnar en uppgift inom den här kategorin exempelvis när det i elevinstruktionen finns ett signalord som är kopplat till en strategi, medan bilden uppmanar eleven att använda en annan strategi, se figur 2, s. 17 (Alla figurer från Favoritmatematik används med tillåtelse från förlaget). Vi har valt att låta bilden vara styrande för kategoriseringen.

Subtraktionsstrategin *komplettera* handlar om en ökning av en mängd. Här är den slutliga helheten känd och delarna före ökningen söks (Frisk 2009). En del signalord för den här strategin är: hur mycket saknas, fattas och fyll upp. Subtraktionsstrategin *jämföra* handlar om en jämförelse mellan två olika mängder. Den större mängden och den mindre mängden eller differensen är känd (Frisk 2009). Några signalord för den här strategin är: färre än, mindre än och kortare än. För att se fler signalord, se kodningsschemat, bilaga 3.

Kodningsschemat och kodningsmanualen har testats på delar av materialet och korrigerats efter testningen. Bergström och Boréus (2017) rekommenderar att kodningsschema och manual ska

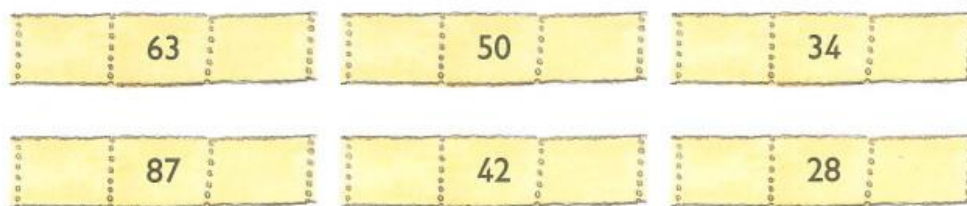
testas på delar av material innan de används i sin helhet. De ska också vara så tydliga att största möjliga systematik och objektivitet uppnås. Både kodningsschemat och kodningsmanualen har vuxit fram genom diskussion för att säkerställa att vi gör likartade kategoriseringar och för att vara heltäckande i mängden variationer som förekommer i materialet. Ett annat och viktigt exempel att nämna är att testningen av kodningsschemat och manualen bidrog till skapandet av ytterligare en kategori, som vi valt att benämna som *generell* subtraktion. Uppgifter som hamnar här, enligt vår kodningsmanual i bilaga 4, är de uppgifter som genom illustration och/eller signalord inte kunnat hänföras till någon av subtraktionsstrategierna, se figur 3.



Figur 3. Uppgift som kategoriserats som generell. (Favoritmatematik 1B, s. 103)

Ett annat av våra val i kodningsmanualen var att inte räkna med talrader som subtraktion exempelvis i uppgifter där eleverna ska fylla i talet som står före och efter det givna talet. Löwing (2017) beskriver att taluppfattning handlar om att eleverna ska få en sådan känsla för hur talen är uppbyggda så att de direkt kan hitta lösningen, utan att reflektera över det. Att behärska talens ordning och deras grannar ingår i grundläggande taluppfattning och bör vara en automatiserad förmåga (Löwing 2017). Därav togs beslutet att uppgifter med talrader i matematikböckerna inte räknas som en subtraktionsuppgift under vår datainsamling, se figur 4.

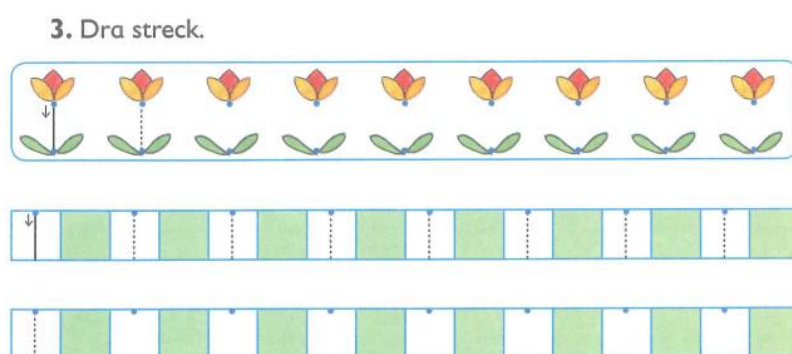
6. Skriv talet före och talet efter.



Figur 4. Uppgift med talrad. (Favoritmatematik 2B, s. 169)

I *första steget* har vi identifierat antalet sidor i varje bok som innehåller subtraktion och jämfört dem med totala sidmängden samt subtraktionsuppgifter i förhållandet till antalet uppgifter på identifierade sidor. Sidorna med subtraktion är således materialets analysenheter (Bergström &

Boréus 2017). Total mängd analysenheter uppgår till 351 analysenheter. I samband med detta steg insåg vi att det fanns en större mängd subtraktioner med uppställning, som vi tagit ställning till att inte analysera, eftersom det är en subtraktionsalgoritm (Löwing 2017). Efter diskussion kom vi fram till att subtraktion som uppställning inkluderas i mängden subtraktionsuppgifter över lag i bokserien eftersom ett uteslutande av dem hade gett en missvisande bild av den totala mängden subtraktionsuppgifter. I det här steget genomfördes manuellt räknande av den totala mängden matematikuppgifter i samtliga böcker, vilket resulterade i totalt 13 007 uppgifter. De uppgifter som inte räknats är sådana som inte är matematiska uppgifter, exempelvis att lära sig skriva subtraktionssymbolen, eller andra former, se figur 5.



Figur 5. Uppgift som inte innehåller någon matematisk uppgift. (Favoritmatematik 1A, s. 8)

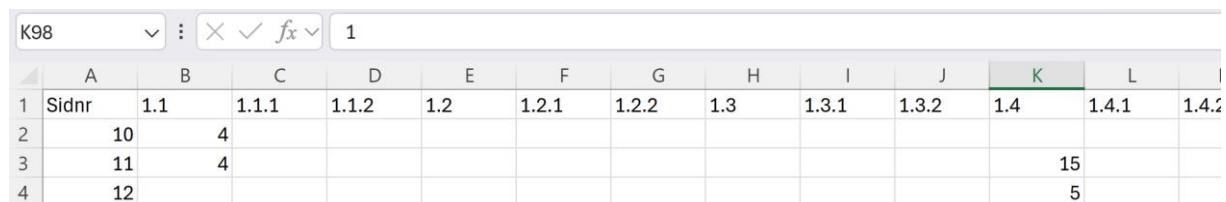
I *andra steget* räknades och kategoriserades samtliga kodningsenheter som identifierats på respektive analysenhet. Dessa fördes in, utifrån upprättat kodningsschema, i ett separat dokument och utgör således studiens empiri. Själva kodningen av materialet har genomförts var och en för sig oberoende av varandra för samtliga elevböcker därefter har kodningen jämförts. I de fall vi blev osäkra eller där vår data skiljde sig åt diskuterade vi igenom varje fall tills och tog ett gemensamt beslut om hur vi skulle kategorisera det aktuella fallet. Detta kallas interbedömarreliabilitet och syftet är att säkerställa att kodningen är tillförlitlig och konsekvent och att koderna tillämpats på liknande sätt (Eriksson Barajas, Forsberg och Wengström 2018). Det krävdes aldrig att vi behövde vända oss till någon tredje person för att reda ut de få fall som krävde ytterligare diskussion, vilket vi annars hade planerat att göra.

Det *tredje steget* innebar att sammanställa materialet utifrån studiens syfte och frågeställningar. Sammanställningen presenteras i kapitlet som utgör studiens resultat. Det *fjärde steget* består i

att tolka och resonera resultatet i relation till studiens forskningsproblem och presenteras i kapitlet resultatdiskussion (Bergström & Boréus 2017).

## DATABEARBETNING OCH ANALYSMETOD

Utifrån innehållsanalys som metod är den data vi samlat in nominalvariabler, vilka inte går att rangordna eller sammanställa värden på, som åskådliggör dem på ett sätt som det går att göra med exempelvis kvotvariabler eller intervallvariabler (Eliasson 2018). Det går däremot alldeles utmärkt att göra diagram och tabeller för att visa resultaten. Ibland kan det dessutom vara intressant att ange några svar i procent (Eliasson 2018). I vår datainsamling använde vi programmet Excel, med ett dokument för respektive årskurs, se figur 6.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Sidnr	1.1	1.1.1	1.1.2	1.2	1.2.1	1.2.2	1.3	1.3.1	1.3.2	1.4	1.4.1	1.4.2
2		10	4										
3		11	4									15	
4		12										5	

*Figur 6. Urklipp ur ett av Exceldokumenterna där frekvensen av de olika kodningsenheterna registrerades.*

Det underlättade summeringen av de olika frekvenserna för att få fram resultatet, men också att återkomma till vid i skrivandet av studien resultat- och diskussionsdel. Genom denna bearbetning är det möjligt att besvara studiens första frågeställning. Då vi ville redovisa för frekvensen av de olika subtraktionsstrategierna och dessutom ville få fram hur mycket subtraktion som läroböckerna över lag erbjuder, sammanställdes denna information i tabellform (se tabell 3). Utifrån den kvantitativa datan har vi sedan valt ut illustrationer och instruktioner från elevböckerna som exemplifierar vår kvalitativa tolkning av dem och hur uppgiften sedan kategoriserats. Vi ville också jämföra hur mycket av subtraktionsstrategierna som erbjuds genom årskurserna och sammanställde därför ett stapeldiagram som visar alla årskurserna samtidigt, vilket går att se i figur 7. Genom att hela tiden utgå från syftesfrågorna blev det heller ingen osäkerhet över hur resultaten skulle presenteras. Det är också genom jämförelsen ur kvantitativa såväl som kvalitativa perspektiv som vi besvarar forskningsfrågan om likheter och skillnader på läroböckerna mellan respektive årskurs.

Bryman (2011) betonar vikten av att inte vänta med planeringen av analysen tills all data är insamlad. Det är viktigt att veta precis hur analysen av den insamlade informationen ska gå till

så den kan påbörjas direkt efter datainsamlingen (Bryman 2011). Val av analysmetod påverkar också datainsamlandet då det inte går att tillämpa vilken teknik som helst på alla datamängder (Bryman 2011). Det betyder att beslut som fattas tidigt i studien kommer få konsekvenser för vilken slags analys som kommer att kunna tillämpas. I analysmetoden har vi strukturerat resultatet på följande sätt: Grundmaterialet för läroboksserien Favoritmatematik består av sex elevböcker. Med utgångspunkt i studiens syfte och frågeställningar presenteras Favoritmatematik 1A tillsammans med Favoritmatematik 1 B och motsvarande för årskurs 2 och 3. Så gör vi eftersom båda A- och B-böckerna tillhör samma årskurs och det mot bakgrund av studiens syfte inte är intressant att dela upp en årskurs mellan två böcker. Detta framgår tydligare i kapitlet *Resultat*. Då vi framställde vårt kodningsschema och kodningsmanual tänkte vi samtidigt på hur vi skulle kunna presentera våra resultat. De kvantitativa i enlighet med tabeller och diagram som presenterats ovan utifrån Eliasson (2018) och de kvalitativa skulle beskrivas i löpande text med bilder som exemplifierar för att fånga den innebördsrikedom som Barajas Eriksson, Forsberg och Wengström (2018) beskriver. När datainsamlandet är färdigt gäller det att sammanfatta samt upptäcka mönster och samband som en inom ämnet okunnig observatör lätt skulle kunna förbise (Krippendorff 2019). Genom innehållsanalys är det möjligt att besvara studiens syfte och frågeställningar genom att identifiera mönster som dominerar materialet och på så sätt tydliggöra vilka perspektiv på subtraktion som är prioriterade.

## **ETISKA ÖVERVÄGANDEN OCH VALIDITET**

Vetenskapsrådet är den myndighet i Sverige med uppdraget att främja och finansiera forskning av hög vetenskaplig kvalitet. En viktig del av deras arbete handlar om att säkerställa att forskning bedrivs i enlighet med etiska principer. Myndigheten utfärdar riktlinjer och rekommendationer för forskningsetik som bland annat inkluderar frågor om integritet och ansvar. Forskare såväl som studenter har de forskningsetiska principerna att ta hänsyn till. I relation till studien som vi genomfört framkommer inte av Vetenskapsrådet några särskilda hänsynstagande i relation till genomförande av läromedelsanalys eller innehållsanalys. Däremot gäller de grundläggande principer om vad som anses vara god forskningssed vilket är avsett att fungera som vägledning i frågor som relaterar till forskning (Vetenskapsrådet 2024). Dessa är *tillförlitlighet, ärlighet, respekt och ansvar*. Begreppen kommer nu kort förklaras och relateras till den här studien.

*Tillförlitlighet* handlar om att forskningen ska hålla en hög kvalitet, detta baseras på noggrannhet i planering, genomförande och rapportering av studiens resultat. Validitet handlar om att undersökningen mäter det som är avsett att mätas (Krippendorff 2019). I Brymans (2011) förklaring om reliabilitet definieras det som en studies förmåga att kunna upprepas med samma resultat. Genom tydliga avgränsningar i vad som ska undersökas och fullständiga redogörelser av tillvägagångssätt i processen bland annat utifrån beskriven interbedömarreliabilitet är studien möjlig att reproducera.

Forskare ska vara *ärliga*. Det innebär att det för forskningsprocessen ska det råda öppenhet och transparens genom samtliga delar och att forskaren redogör för delarna på ett så komplett och objektivt sätt som är möjligt. Genom transparens i vår utförliga redogörelse tydliggörs hur de olika delarna knyter an till varandra.

Forskningen ska *respektera* och ta hänsyn till människors integritet, rättigheter och värdighet. Detta gäller gentemot kollegor såväl som eventuella forskningsdeltagare. I vår studie kan det likställas med det som inom forskningen kallas att anonymisera deltagare genom att vi inte redovisar namn på den kommun eller de tillfrågade skolorna för vilka vårt urval av material bygger på. Den sista principen handlar om att ta *ansvar* för den forskning som man bedriver från idé till publicering av studien. För oss har det inneburit att äga vår studie och ta ansvar för de vägval som vi gjort längs med vägen, vi hoppas och tror att vårt sätt att beskriva och motivera de vägvalen är tydligt för läsaren på ett sätt som bidrar till studiens validitet. I relation till undersökt läroboksserie har den här studien också extern validitet, det innebär att studiens resultat har betydelse i andra sammanhang än för oss som studenter och blivande kollegor. Det skulle bland annat kunna vara betydelsefullt för verksamma lärare, för läroboksförfattare eller i skolpolitiska forum eller andra sammanhang där läroböckers betydelse diskuteras.

Etiska överväganden som gjorts i relation till den här studien och i relation till de ovan presenterade grundläggande principer härrör bland annat från studiens externa validitet eftersom studien handlar om ett läromedel som används av skolor, lärare och elever. Därför har vi eftersträvat genomgående hög transparens. Även behovet av tydligt formulerat syfte och frågeställningar har varit avgörande för operationaliseringen av studien på så sätt att vi i exempelvis presentationen av resultatet eftersträvat korrekt och rättvis representation så att inte resultatet blir missvisande.



## RESULTAT

I den här delen kommer studiens resultat presenteras. Det här görs genom att redovisa resultatet med utgångspunkt i studiens syfte och frågeställningar. För att tydligt presentera studiens resultat visualiseras det genom tabeller, stapel- och cirkeldiagram. De visuella delarna av resultatet redovisas också i löptext för att bistå med djup och bredd. Redovisningen av resultatet presenteras, som tidigare nämnts, årskursvis i samma ordning som frågeställningarna. Antalet sidor med elevuppgifter för respektive årskurs är mängdmässigt likvärdiga, för årskurs 1 finns det 400 sidor, för årskurs 2 är det 400 sidor och för årskurs 3 finns det 416 sidor.

### Förekomsten och frekvensen av de tre subtraktionsstrategierna

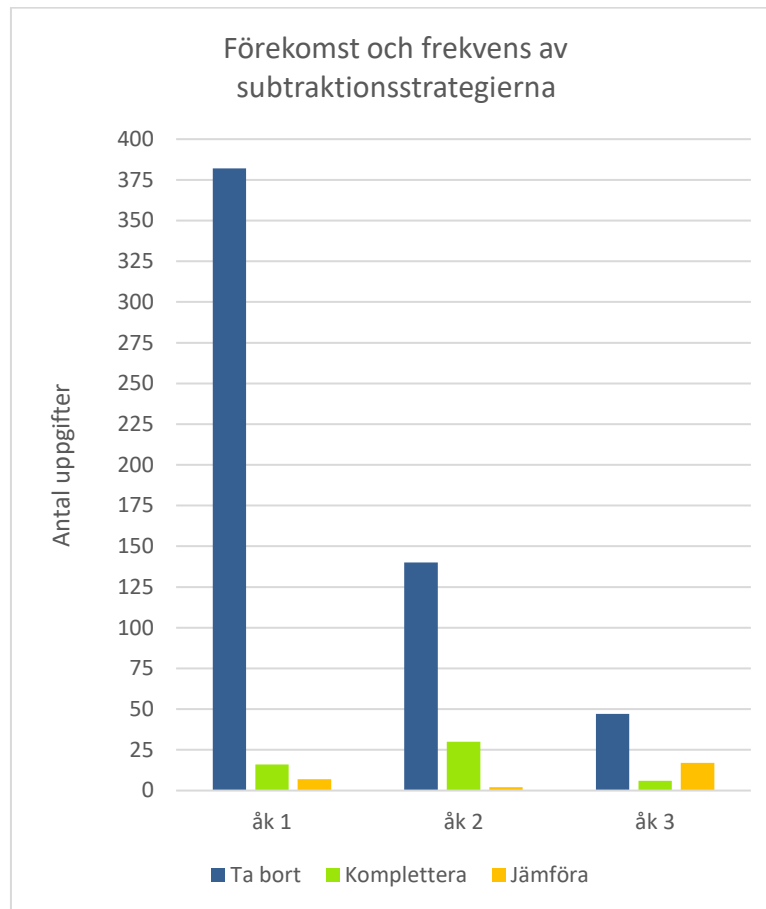
Vårt syfte är att påvisa förekomsten och frekvensen av de tre subtraktionsstrategierna *ta bort*, *komplettera* och *jämföra* i en lärobokserie för lågstadiet. Av det 351 analyserade sidorna består ca 76 % av uppgifter som inte kunnat kategoriserats inom någon av subtraktionsstrategierna. I tabell 3 redovisas hur många uppgifter inom de olika subtraktionsstrategierna som erbjuds av läroböckerna för respektive årskurs. För enkelhetens skull presenteras resultatet i löptext i samma ordning som visas i tabell 3 med undantag för uppställning som inte presenteras i samma utsträckning.

	Åk 1	Åk 2	Åk 3
<b>Subtraktionsstrategier</b>			
Antal uppgifter med Ta bort	382	140	47
Antal uppgifter med Komplettera	16	30	6
Antal uppgifter med Jämföra	7	2	17
<b>Kategorier med subtraktion som inte tillhör någon subtraktionsstrategi</b>			
Antal uppgifter med Generell	841	514	384
Antal uppgifter med Uppställningar	0	159	95
<b>Totalt antal uppgifter med subtraktion</b>	<b>1246</b>	<b>845</b>	<b>549</b>

Tabell 3. Frekvenstabell över antalet subtraktionsuppgifter i matematikböckerna.

Tabell 3 visar att förekomsten av subtraktionsstrategin *ta bort* är högst för alla årskurserna. Genom alla årskurser återfinns det totalt 569 uppgifter inom subtraktionsstrategin *ta bort*, vilket är ca 88 % av alla uppgifter som hör till någon av subtraktionsstrategierna. Det framgår också

att frekvensen för strategin *ta bort* minskar för varje årskurs. Strategin *Ta bort* förekommer alltså flest gånger i årskurs 1 (382 uppgifter) och färst gånger i årskurs 3 (47 uppgifter). I årskurs 2 förekommer den i 140 uppgifter. Detta visualiseras också genom ett stapeldiagram i figur 7.



Figur 7. Stapeldiagram som visar antalet uppgifter inom de tre subtraktionsstrategierna i läroböckerna för årskurserna 1, 2 och 3.

Minskningen av antalet *ta bort*-uppgifter kan också presenteras genom att ställa det i relation till hur stor andel av totala mängden uppgifter som utgörs av subtraktionsstrategier. Det är i årskurs 1 ca 94 %, i årskurs 2 ca 81 % och i årskurs 3 ca 67 %, vilket blir en förhållandevis jämn minskning av *ta bort*-uppgifter med 13 respektive 14 procentenheter. Underkategorin mångtydighet förekom enbart inom denna huvudkategori och enbart i läroböckerna för årskurs 1. De utgjordes av totalt 56 uppgifter.

Subtraktionsstrategin *komplettera* förekommer enligt tabell 3 flest gånger i årskurs 2 (30 gånger) och färst gånger i årskurs 3 (6 gånger). I årskurs 1 förekommer strategin 16 gånger. Genom alla årskurser återfinns det 52 uppgifter totalt inom subtraktionsstrategin *komplettera*. Det är den näst mest förekommande strategin efter *ta bort* om än inte i närheten lika många

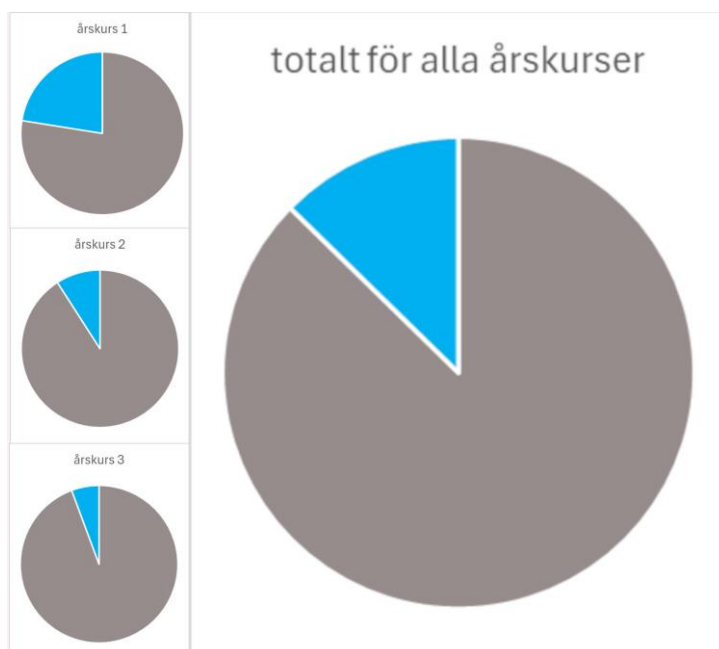
uppgifter, 52 mot 443 uppgifter. Det finns ingen gradvis minskning av kategorin *komplettera* mellan årskurserna, som det gör för kategorin *ta bort*. I relation till varandra utgörs denna strategi i årskurs 1 ca 3,9 %, i årskurs 2 ca 17 %, och i årskurs 3 ca 8,6 % av totala mängden uppgifter som utgörs av subtraktionsstrategier.

Subtraktionsstrategin *jämföra* förekommer enligt tabell 3 flest gånger i årskurs 3 (17 gånger) och först gånger i årskurs 2 (2 gånger). I årskurs 1 förekommer den 7 gånger. *Jämföra* är den subtraktionsstrategi som förekommer i lägst utsträckning i materialet. Genom alla årskurser återfinns det totalt 26 uppgifter inom jämföra. I denna kategori finns det ingen stegvis minskning från årskurs 1–3 som i kategorin *ta bort*. Däremot utgör denna strategi en stor andel i årskurs 3 i relation till den totala mängden uppgifter som utgörs av subtraktionsstrategier jämfört med årskurs 2 och 3. Fördelningen av *jämföra*-uppgifter över respektive årskurs i relation till totala mängden uppgifter med subtraktionsstrategier är således årskurs 1 ca 1,7 %, årskurs 2 ca 1,2 % och årskurs 3 ca 24,3 %. Något som inte framgår av tabellen men som är värt att nämna med avseende på skillnader är att samtliga uppgifter inom denna kategori består uteslutande av problembaserade uppgifter, vilket inte är fallet i de andra kategorierna.

Vidare till den fjärde kategorin *generell* subtraktion, som alltså inte är en del av subtraktionsstrategierna, men ändå utgör en av kategorierna. Det är i den här kategorin som det finns flest uppgifter inom för alla årskurser. I den här kategorin hamnar de uppgifter som inte explicit uttrycker att en särskild subtraktionsstrategi bör användas. I stället har mer generella begrepp som *räkna* eller *subtrahera* använts eller så har det varit avsaknad på illustration som uttrycker användbar strategi. I kategorin *generell* utgör den för årskurs 1 ca 68 %, för årskurs 2 ca 61 % och för årskurs 3 ca 70 % av den totala mängden subtraktionsuppgifter för respektive årskurs. Den totala mängden uppgifter som är kategoriserade inom någon av subtraktionsstrategierna utgör de nästan 25 % av den totala mängden subtraktionsuppgifter. I jämförelse med den totala mängden *generell* subtraktion som utgör ca 66 % av all subtraktion i hela lågstadiet. Subtraktion i uppställning utgör nästan 10 % av all subtraktion genom hela lågstadiet, som tidigare nämnts förekommer den här kategorin endast i årskurs 2 och 3.

I figur 8 visualiseras andelen subtraktionsuppgifter i relation till den totala mängden uppgifter fördelat per årskurs samt andelen subtraktionsuppgifter i relation den totala mängden uppgifter fördelat över hela lågstadiet. Av figuren går det att utläsa att andelen subtraktionsuppgifter är

som högst i årskurs 1 med ca 29 % och som lägst i årskurs 3 med ca 12 %, i årskurs 2 är andelen 20 %. För varje stigande årskurs sker alltså en minskning med 9 respektive 8 procentenheter. För andelen subtraktionsuppgifter totalt utgör dessa ca 20 % i relation till totala mängden uppgifter över samtliga årskurser.



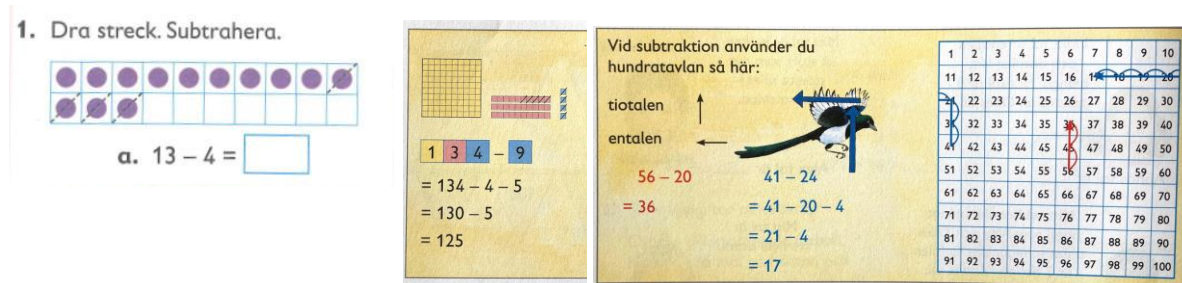
Figur 8. Cirkeldiagram över andelen subtraktionsuppgifter över årskurserna och totalt för alla årskurser.

Av resultatet kan det konstateras att merparten av subtraktionsuppgifterna består av uppgifter som inte inkluderas i någon av de tre subtraktionsstrategierna, ca 25 % gentemot ca 76 %. Genom alla årskurser återfinns det 569 uppgifter inom subtraktionsstrategin *ta bort*, samtidigt som det finns 52 uppgifter totalt inom subtraktionsstrategin *komplettera* och 26 uppgifter inom jämföra. De här siffrorna påvisar en likhet böckerna emellan, att subtraktionsstrategin *ta bort* dominerar materialet för alla årskurser och att det är betydligt färre uppgifter inom de två andra kategorierna.

## Likheter och skillnader mellan årskurserna

En skillnad med avseende på *ta bort*-strategin är att de illustrationerna i läroböckerna varierar inom och mellan årskurserna på så sätt att det är olika till vad det visar rent bildmässigt. I figur 9 är det bollar som ska strykas över, vilket tydligt instrueras med texten ”dra streck” och visualiseras med överstrukna bollar. I figur 10 är det entals-, tiotal- och hundratalblock som ska strykas över. I figur 11 är det entals- eller tiotalsteg i en hundraruta. Samtidigt är

illustrationerna lika mellan årskurserna med avseende på instruktion att subtrahera ett tiotal eller ett ental i taget. Identifierade skillnader och likheter illustreras i figur 9–11 med ett exempel från vardera årskursen.



Figur 9–11. Likheter och skillnader på likvärdiga uppgifter mellan årskurserna.

Figur 9 visar subtraktionsstrategin *ta bort* i åk 1. (Favoritmatematik 1B, s. 102)

Figur 10 visar samma strategi i åk 2. (Favoritmatematik 2B, s. 94)

Figur 11 visar samma strategi i åk 3. (Favoritmatematik 3A, s. 18)

För subtraktionsstrategin *komplettera* är samtliga uppgifter kopplade till något av kategorins signalord. I två fall finns också en illustration kopplat till uppgifterna. Samma resultat gäller för subtraktionsstrategin *jämföra*, där det i ett fall finns en illustration kopplat till uppgiften. Generellt för samtliga böcker oavsett matematiskt område men i synnerhet för subtraktionsstrategin *ta bort* ser vi att böckerna genomgående använder illustrationer och textbaserade instruktioner många gånger kombinerat med varandra.

Med avseende på textmassa i subtraktionsuppgifter blir det längre texter och längre instruktioner ju högre upp i årskurserna man kommer. Även talområdet utökas med stigande årskurs, från 0–20 i årskurs 1, upp till 1000 i årskurs 2 och upp till 10 000 i årskurs 3. Vi ser också att subtraktion repeteras relativt regelbundet i samtliga läroböcker, även inom kapitel som huvudsakligen inte har med subtraktion att göra. Dessa uppgifter befinner sig i huvudsak inom kategorin generell subtraktion

En skillnad mellan böckerna är att den totala andelen subtraktionsstrategier som explicit uttrycks är som högst i årskurs 1 medan kategorin generell är som högst i årskurs 3. En likhet med avseende på uppställning är att de utgör ungefär lika stor andel av mängden subtraktionsuppgifter i böckerna för årskurs 2 och 3 medan det i årskurs 1 inte förekommer

några sådana uppgifter alls. En skillnad mellan årskurserna är att det i årskurs 1 finns enstaka problembaserade uppgifter medan detta ökar i årskurs 2 och 3.

Sammanfattningsvis visar resultatet att subtraktionsstrategin *ta bort* är flest i alla årskurser. Det framgår också att frekvensen för *ta bort* minskar för varje årskurs. Subtraktionsstrategin *komplettera* förekommer flest gånger i årskurs 2 och färst gånger i årskurs 3. Subtraktionsstrategin *jämföra* förekommer flest gånger i årskurs 3 och färst gånger i årskurs 2. Vi kunde också utifrån de kvalitativa perspektiven se att samtliga *jämföra*-uppgifter är problembaserade och att talområdet för varje årskurs utökas men att illustrationerna som främst återfinns inom *ta bort*-kategorin fortsätter trots att talområdet utökas.

## DISKUSSION

I det här kapitlet diskuteras resultatet i relation till tidigare presenterad forskning utifrån vår teoretiska utgångspunkt. Denna följs av en metoddiskussion. Vidare beskrivs vilka didaktiska implikationer studien kan tänkas bidra med i lärarprofessionen. Utifrån resultatdiskussionen redogörs det för studiens slutsatser och ges förslag på vidare forskning.

### Resultatdiskussion

Syftet med studien var att belysa subtraktion genom att analysera förekomst och frekvens av subtraktionsstrategierna *ta bort*, *komplettera* och *jämföra* i en läroboksserie inom matematik på lågstadiet. I likhet med Bråtings, Madejs och Hemmis studie (2019) har vi undersökt utvalt område i matematikböcker fördelat över flera årskurser. Det här gör att det är möjligt att se hur fördelningen av subtraktionsstrategierna förändras över de åren som eleverna går i lågstadiet.

Resultatet i studien visar att en stor andel av subtraktionsuppgifterna, inom ramen för vald metod, inte har kunnat kategoriseras till någon av subtraktionsstrategierna. Det här innebär att merparten av subtraktionsuppgifterna i analysmaterialet som helhet, explicit inte uttrycker att en specifik subtraktionsstrategi bör användas. Att kategorin generell är så pass stor i relation till subtraktionsuppgifter över lag, skulle kunna tolkas som att subtraktionsstrategierna inte är viktiga för eleverna för att förstå och tillämpa subtraktion effektivt. Dels skulle det också kunna tolkas som att läroboksförfattarna förutsätter att läraren undervisar eleverna om de olika strategierna och att kategorin generell ger en möjlighet för eleverna att själva avgöra vilken strategi som är mest lämplig att använda. Det är möjligt att det framgår av läroböckernas

lärohandledningar om, hur och när dessa strategier bör undervisas, men då vi inte undersökt dem kan vi inte uttala oss om detta. Det som förmedlas är det som är viktigt och det som syns mindre blir också mindre viktigt. Det går också att se att de subtraktionsuppgifter som erbjuds i böckerna över lag minskar för varje årskurs, vilket i sig är rimligt, eftersom andra matematiska områden som multiplikation och division också ska behandlas. Det är också rimligt att mängden text i uppgifterna ökar för varje årskurs eftersom eleverna med troligtvis blir bättre på att läsa ju äldre de blir. Vidare kan det konstateras att subtraktionsstrategin *ta bort* dominerar bland de tre subtraktionsstrategierna, både inom såväl som mellan årskurserna. Skillnaden på frekvensen mellan *ta bort* och de andra två strategierna är relativt stor i relation till den totala mängden uppgifter inom de här kategorierna. Norbergs studie (2023), som undersökt subtraktion i ett stort antal matematikböcker för årskurs 1 har också sett att merparten av subtraktionsuppgifterna inte har kunnat kategoriseras till någon av subtraktionsstrategierna. I likhet med Norbergs studie (2023), trots skillnader i utförande, är resultaten ändå snarlika. Subtraktionsstrategin *ta bort* är den som dominerar materialet, medan de övriga strategierna *komplettera* och *jämföra* inte får lika mycket utrymme.

I likhet med Bråtings, Madejs och Hemmis studie (2019), som undersökte algebra över flera årskurser och i kontrast till Norbergs studie (2023) som belyste subtraktion i matematikböcker för årskurs 1, har vår studie belyst subtraktion sett över flera årskurser. Vår studie skiljer sig också från Norbergs studie (2023) på så sätt att samtliga uppgifter i boken kopplat till subtraktion har inkluderats. Vår studie skiljer sig också då vi har undersökt och räknat totala antalet uppgifter inom subtraktion medan Norberg (2023) räknat antalet övningar (som består av ett visst antal enskilda uppgifter) och Bråting, Madej och Hemmi (2019) räknade antalet sidor om undersökta uppgifter överstigit hälften av den totala mängden uppgifter på sidan. Trots dessa skillnader och likheter pekar resultatet i vår studie i likhet med tidigare forskning på att strategin *ta bort* dominerar läroboken. Vi kan med vår studie konstatera att subtraktionsstrategierna för undersökt läroboksserie inte jämnas ut över årskurserna eftersom strategin *ta bort* fortsätter att dominera även de senare årskurserna.

Eftersom *ta bort* är den subtraktionsstrategi som dominerar vårt material är det möjligt att läroboksförfattarna anser att den är viktigast. Detta är i linje med Löwing (2017) som redogör för att uppfattningen hos elever om subtraktion enbart handlar om att räkna ut en summa genom strategin *ta bort*. Förvisso handlar subtraktion om att minska ett tal, men det är inte alltid som

strategin *ta bort* är bäst lämpad vid beräkning. Löwing (2017) konstaterar dessutom att eleverna behöver kunna tillämpa samtliga av de olika strategierna då det ökar deras möjligheter att lösa matematiska uppgifter i allmänhet och subtraktionsuppgifter i synnerhet.

Vårt resultat visar också att det talområde som behandlas i årskurs 1, talområde 0–20, ryms inom det talområde som Löwing (2017) hävdar att eleven bör automatisera innan hen påbörjar huvudräkning och skriftlig beräkning inom just det här talområdet. Mot bakgrund av detta resonemang kan kunskapen som läroboken i årskurs 1 förmedlar ses som en naturlig följd av elevens redan automatiserade kunskaper inom subtraktion.

Med avseende på att *ta bort*-strategin dominerar materialet är det rimligt att antaga att om eleven inte får möta de andra strategierna i sina beräkningar tillämpar den strategi som dominerar materialet eller undervisningen, även på uppgifter som tillhör andra strategier eller kategorier. Utifrån *ta bort*-strategin och figur 9–11 uppmuntras eleven genomgående, trots att de avancerar i årskurs, att subtrahera ett ental och eller ett tiotal i taget. Om läroboken, som i vår studie, dessutom uppmuntrar till räknandet med ett steg i taget trots att eleverna blir äldre är det möjligt att hävda att läroboken, förutsatt att den är styrande för undervisningen i matematik, bidrar till elevernas svårigheter inom subtraktion. Vårt resultat och efterföljande analys skulle i så fall vara viktigt för lärare i undervisningen och som reflektion för läroboksförfattare i utvecklandet av nya läroböcker.

Underkategorin mångtydighet förekom enbart inom subtraktionsstrategin *ta bort* och utgjordes av totalt 56 uppgifter. Mot bakgrund av att vi har låtit illustrationen styra vår kategorisering hade det vid styrning av signalorden gjort att merparten av dessa uppgifter kategoriserats inom strategin *komplettera*. Hade vi exempelvis räknat dessa 56 uppgifter i både *ta bort* och *komplettera* skulle resultatet inte ändrats i stor utsträckning för *ta bort* men desto mer för *komplettera*. Denna underkategori hade kunnat användas på andra sätt. Den hade dels kunnat särskiljas från subtraktionsstrategierna och utgöra en egen kategori. Den hade också kunnat räknats in i samtliga av de strategier som finns representerade i uppgiften.

## **Reflektion efter genomförande av studien**

För att analysera vårt material har vi kombinerat både de kvantitativa och kvalitativa forskningsperspektiven. Kombinationen av perspektiven var från början inte självklar men det



blev uppenbart att inkludera det kvalitativa perspektivet då vi började diskutera hur bilder i läroböckerna såg ut och vad de förmedlade. Då även illustrationerna utgjorde en grund för kategorisering blev det kvalitativa perspektivet viktigt. En stor del av läroböckerna i matematik på lågstadiet består av bilder och illustrationer, vilket gjorde det kvalitativa perspektivet nödvändigt. En bild är i sammanhanget en utsmyckning, medan en illustration är en bild som har koppling till matematikuppgiften. Vi kan inte uttala oss om läroboksseriens effektivitet inom subtraktionsområdet, vilket inte heller var syftet, utan endast om hur subtraktionsstrategierna framställs i läroboksserien. Studien utgör en pusselbit för helheten när det kommer till läroböcker i matematik och subtraktionsområdet i synnerhet. Studiens omfång är det som vi ansåg vara rimligt att hinna med inom ramen för tiden som genomförandet av studien tillhandahåller. För att öka validiteten i studien så har vi därför systematiskt designat studien så att syfte och frågeställningar besvaras. Vi har också strävat efter att bygga ett analytiskt förhållningssätt utifrån de etiska principer som vi belyst i avsnittet *Etiska överväganden och validitet*.

Urvalet av material baseras på vilken lärobok i matematik som används på flest skolor i en kommun i Västsverige och dessutom är mest representerad i tidigare presenterade studier, vilket vi tydligt beskrivit under rubriken *Urval av material*, helt enligt våra etiska överväganden att vara ärliga och transparenta i vår process. I ett tidigt skede gjorde vi en planering av arbetet om vad som skulle göras när och i vilken ordning som är lämplig utifrån studiens syfte. Vissa saker har fått växa fram allt eftersom mer kunskap erhållits. Samtidigt som vi formulerade de olika subtraktionsstrategierna, försökte vi visualisera hur resultatet skulle presenteras. För att nå hög validitet i den här studien har vi bland annat ett väl genomarbetat syfte med tillhörande frågeställningar där de tydligt specificerar vad det är vi avser att mäta – tre väl definierade subtraktionsstrategier. De tre utvalda subtraktionsstrategierna motiveras genom den tidigare forskning som presenterats och tydliggörs i avsnittet *Begreppsdefinitioner*. Vi har i processen strävat mot att göra en fullständig redogörelse för urval, metoder och resultat på ett öppet och transparent sätt, som vi beskrivit under rubriken *Etiska överväganden och validitet*. Vi har exempelvis tydligt redogjort för hur vi kodat materialet och att vi har arbetat oberoende av varandra i den processen, vilket höjer studiens validitet.

Genom att ha utformat ett tydligt kodningsschema och en tydlig kodningsmanual gick själva datainsamlingen relativt enkelt att utföra. Vi lät utformningen av de här verktygen ta sin tid och

vi testade schemat och omstrukturerade det några gånger innan vi utförde den slutgiltiga datainsamlingen. Vi har bland annat utgått från läromedelsanalys för att öka trovärdigheten i vår tolkning av material via analytiska begrepp som *tillförlitlighet*, *ärlighet*, *respekt* och *ansvar*. En kritik mot innehållsanalys är att det lägger lite eller ingen vikt vid sammanhangets betydelse. Det har vi i vår studie hanterat genom att tydligt beskriva varför subtraktionsstrategier är viktiga att lära ut och genom att tydligt förklara och exemplifiera hur vi har kategoriserat dem. Då vi har funnit intresse för studiens trovärdighet har vi valt att visa konkreta illustrationer i form av bland annat figurer och diagram för att förstärka transparensen i studiens resultat. Innehållsanalysen har hjälpt oss att uppnå syftet med studien. En annan kritik mot innehållsanalys är att det osynliga inte räknas, den fokuserar ju enbart på det som tydligt uttrycks. Då vi under rubriken *Bakgrund* har satt subtraktionsstrategierna i ett sammanhang anser vi att vi svarat mot den kritiken som finns mot innehållsanalys som metod. Då vi valt att kombinera kvantitativ och kvalitativ metod har vi försökt att tydliggöra för hur våra tolkningar av läroböckerna gått till.

## **Didaktiska implikationer**

Analysen i studien visar att subtraktionsuppgifterna i läroböckerna inte erbjuder en specifik subtraktionsstrategi, utan har en mer generell karaktär. Det i sig erbjuder ett val förutsatt att läraren har undervisat om subtraktionsstrategierna. För att som lärare veta om eleverna använder bäst lämpad strategi vid beräkning krävs det dock att läraren intervjuar eller frågar eleverna vilken strategi de använder. Då eleverna själva får välja subtraktionsstrategi behöver de känna till vilka strategier som finns samt hur och när de bör tillämpas. Det innebär i sin tur att lärare behöver ha kännedom om subtraktionsstrategierna och har introducerat dem till eleverna. Det skulle annars få konsekvensen att eleverna inte får den kunskap och de verktyg som behövs för att kunna lösa subtraktioner med flyt, i enlighet med Lgr22 (Skolverket 2024). Vidare betonas även i läroplanen att *”undervisningen i matematik ska bidra till att eleverna utvecklar intresse för matematik och tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang”*. Det står även att *”undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, modeller och resultat”* (Skolverket 2024, s. 54). Detta har implikationer för vår framtida yrkesroll att alltid noggrant granska alla läromedel och se till att de korresponderar med planerade lektioner och styrdokument som exempelvis läroplanen. Vid eventuell upptäckt av att ett matematiskt område inte är komplett i läroboken måste läraren veta hur hen ska

komplettera för den. Lärare skulle kunna konstruera ett eget underlag som stärker upp ofullständiga områden. Lärare skulle också kunna behandla subtraktionsstrategierna genom konkret undervisning i mindre grupper och i helklass, exempelvis med hjälp av konkret material eller genom diskussioner tillsammans med eleverna. Den här studien har bidragit till ökad kunskap för oss och kan bidra med densamma till andra lärarstudenter, lärare, läroboksförfattare, forskare och övriga som intresserar sig för problemområdet.

Staten erbjuder bidrag för inköp av ändamålsenliga läromedel och kanske kan en ny statlig granskning av läromedel bli aktuell inom snar framtid. Det är således på läraren som ansvaret läggs att kritiskt granska och använda relevanta läromedel i undervisningen. Givet lärobokens höga status kanske det är rimligt att på flera nivåer, redan nu, föra samtal om lärobokens funktion i undervisningen och hur den bör utformas och användas i matematikundervisningen för att ge största möjliga effekt på elevernas kunskapsutveckling inom matematik. Det är givetvis ingen enkel fråga att ge konkreta svar på, men kanske är den ändå viktig att ställa, fundera och diskutera i de klassrum där läroboken tas för given. I oktober år 2023 togs beslut i riksdagen om att införa ytterligare examensmål för lärarstudenter om just läromedel (Utbildningsdepartementet 2023). Då vi, genom vår studie, fått fördjupa våra kunskaper i ett slags läromedel inser vi vikten av att dels införa detta examensmål dels att diskussioner om läromedel regelbundet bör ske bland yrkesverksamma lärare på skolorna. Det skulle kunna påverka lärarutbildningen om lärarstudenterna inom varje ämne granskar läromedel utifrån olika perspektiv som läroplanen belyser så som genus, inkludering, mångfald eller demokrati. Eller varför inte en ren faktagranskning? Detta skulle inte bara fördjupa lärarens ämnesdidaktiska förståelse utan också stärka undervisningens kvalitet. Det skulle också bana väg för ett medvetet och reflekterat användande som stärker lärarprofessionen och elevers kunskapsutveckling.

## **Slutsatser**

Utgångspunkten med vår studie har varit att se hur de olika subtraktionsstrategierna uttrycks i en läroboksserie från årskurs 1 till årskurs 3. Någon tidigare studie som fokuserar på subtraktion genom hela lågstadiet har vi inte kunnat identifiera. Analysen och resultatet av vår studie pekar på att subtraktionsstrategin *ta bort* är mest frekvent i alla årskurser, men minskar mellan årskurs 1 och 2, för att åter igen minska mellan årskurs 2 och 3. De två andra subtraktionsstrategierna *komplettera* och *jämföra* återfinns inte alls i lika hög grad som strategin *ta bort* i någon av

årskurserna. För strategin *ta bort* uppmuntrar dessutom illustrationerna i samtliga årskurser att subtrahera ett tiotal eller ett ental i taget. Resultatet visar också att det finns flest uppgifter över lag i läroböckerna inom kategorin *generell*, vilken är den kategori som tillåter eleverna själva att välja vilken strategi som ska användas. Det betyder i sin tur att det ligger stor vikt på att läraren kan introducera de olika subtraktionsstrategierna, så att eleverna vet vilken strategi som passar bäst till olika subtraktionsuppgifter. Det förefaller därför rimligt att dra slutsatsen att vår studie dels bidrar med nya kunskaper inom subtraktionsstrategier i en läroboksserie, dels ökar förståelsen kring de likheter och skillnader som finns mellan dem.

## **Förslag till vidare forskning**

Vi har genomfört en läromedelsanalys som handlar om att analysera hur subtraktionsstrategierna *ta bort*, *komplettera* och *jämföra* framställs i en läroboksserie för lågstadiet. Vi ville undersöka förekomst och frekvens, samt vilka likheter och skillnader som finns mellan böckerna och/eller årskurserna. Resultatet har belyst att det finns färre uppgifter i läroböckerna som erbjuder en särskild subtraktionsuppgift än det finns uppgifter som har en öppen tolkning. Vidare har resultatet visat att läroboksserien genom alla årskurser erbjuder subtraktionsstrategin *ta bort* på ett visuellt likvärdigt sätt. Studier inom matematikläromedel är något som flera forskare saknar (Berggren 2022; Bråting, Madej & Hemmi 2019; Petersson et al. 2019; Segerby 2020) samtidigt som resultaten från PISA-undersökningar sjunker. Det behövs fler undersökningar i likhet med denna och fler läromedelsanalyser inom matematikområdet. Vi har exempelvis inte hittat en enda studie genomförd på svenska läromedel som belyser de grundläggande räknesätten addition, multiplikation eller division (Löwing 2017). Dessa räknesätt specificeras dessutom som centralt innehåll i Lgr22 (Skolverket 2024), vilket motiverar ytterligare studier. Då vi enbart studerat en läroboksserie i Sverige och det finns många fler läroboksserier skulle flera studier kunna göras och jämföras med varandra, kanske även ur ett internationellt perspektiv. Som en förlängning av vår studie kan framtida studier också fokusera på undervisningspraktiken. Exempelvis hur eleverna använder de olika subtraktionsstrategierna, hur lärare lär ut dem eller hur läroboken över lag används eller inte används i undervisningen.

## REFERENSER

Ahl, L., Gunnarsdóttir, G. H., Koljonen, T. & Pálsdóttir, G. (2015). How teachers interact and use teacher guides in mathematics – cases from Sweden and Iceland. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 179–197.

Barajas Eriksson, K., Forsberg, C. & Wengström, Y. (2018). Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap. Natur & Kultur.

Bentley, P. & Bentley, C. (2016). Milstolpar och fallgropar i matematikinläringen. Liber.

Berggren, J. (2022). Some Conceptual Metaphors for Rational Numbers as Fractions in Swedish Mathematics Textbooks for Elementary Education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 67(6), s. 914–927. doi:10.1080/00313831.2022.2114541

Bergström, G. & Boréus, K. (2017). *Textens mening och makt – metodbok i samhällsvetenskaplig text- och diskursanalys*. Studentlitteratur.

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Liber.

Bråting, K., Madej, K. & Hemmi, K. (2019). Development of algebraic thinking: opportunities offered by the Swedish curriculum and elementary mathematics textbooks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 24(1), s. 27–49. <http://uu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1290139&dswid=3141>

Denscombe, M. (2009). *Forskningshandboken – för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. Studentlitteratur.

Edling, S. (2021). *Läroplansteori för lärare – En introduktion*. Studentlitteratur.

Eliasson, A. (2018). *Kvantitativ metod från början*. Studentlitteratur.

Elicer, R., Lindenskov Tamborg, A., Bråting, K. & Kilhamn, C. (2023). Comparing the integration of programming and computational thinking into Danish and Swedish elementary mathematics curriculum resources. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 11(3), s. 77–102. doi:10.31129/LUMAT.11.3.1940

Engvall, M. (2013). *Handlingar i matematikklassrummet - En studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus*. Diss. Linköpings Universitet. <https://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:660675/FULLTEXT01.pdf>

Eriksson Barajas, K., Forsberg, C. & Wengström, Y. (2018). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap*. Natur och kultur.

Frisk, S. (2009) Subtraktion i läromedel för årskurs 2. *Nämna*, (3), ss 10–15.

Hassler Hallstedt, M., Klingberg, T. & Ghaderi, A. (2018) Short and Long-Term Effects of a Mathematics Tablet Intervention for Low Performing Second Graders. *Journal of Educational Psychology*, 110(8), s. 1127–1148 <http://dx.doi.org/10.1037/edu0000264.supp>

Hemmi, K., Kryzwacki, H. & Liljekvist, Y. (2018). *Challenging traditional classroom practices: Swedish teachers' interplay with Finnish curriculum materials*, 51:3, s. 342–361 doi: 10.1080/00220272.2018.1479449

Hemmi, K., Lepik, M., Madej, L., Bråting, K. & Smedlund, J. (2019). *Introduction to early algebra in Estonia, Finland and Sweden– some distinctive features identified in textbooks for Grades 1-3*. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. hal-02421771.

Johansson, B. (2007). Numeral Writing Skill and Elementary Arithmetic Mental Calculations. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 49:1, 3-25, doi:10.1080/0031383042000302119

Holmberg, K. & Ranagården, L. (2016). Logics of "Good teaching": Exploring Mathematics Education in Primary School in Sweden. *Athens Journal of Education*, 3(3), s. 225–240. doi:1030958/aje.3-3-2

Kullberg, A., Björklund, C., Runesson Kempe, U., Brkovic, I., Nord, M. & Maunula, T. (2024). Improvements in learning addition and subtraction when using a structural approach in first grade. *Educational Studies in Mathematics*, [förhandspublicerad online] <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10339-z>

Kullberg, A., Björklund, C., Runesson Kempe, U. (2024) Seeing number relations when solving a three-digit subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 2024 (115), s. 271–287 <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10287-0>

Krippendorff, K. (2019) *Content analysis. An introduction to its methodology*. Sage Publications, Inc.

Löwing, M. (2017). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. 2 uppl Studentlitteratur.

Madej, L. (2021). *X - men sen då? Algebrans stora idéer från första klass till högra matematik Med fokus på tidig algebra i Sverige. Digital Comprehensive Summaries of Uppsala Dissertations from the Faculty of Educational Sciences 23*. 101 pp. Uppsala: Acta Universitatis Upsaliensis. ISBN 978-91-513-1076-3.

McIntosh, A. (2020). *Förstå och använda tal*. NCM.

Neuman, J., Hemmi, K., Ryve, A. & Wiberg, M. (2014). Mathematics textbooks' impact on classroom instruction: Examining the views of 278 Swedish teachers. *Proceedings of the Seventh Nordic Conference on Mathematics Education, NORMA 14*, 3-6 June 2014, Turku (Åbo), Finland.

Norberg, M. (2019). Potential for Meaning Making in Mathematics Textbooks: A Multimodal Analysis of Subtraction in Swedish Year 1. *Designs for Learning*, 11(1), s. 52–62. doi: 10.16993/df1.123

Norberg, M. (2021a). Communicating mathematics through images: A multimodal study of Year One students' meaning-making when working with mathematics textbooks. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 9(1), s. 945-970. doi: 10.31129/LUMAT.9.1.1480

Norberg, M. (2021b). *Students, agency and mathematical subjectivity*. <https://www.diva.portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1744992&dswid=-6397>

Norberg, M. (2023). Young Students' Meaning-Making When Working with Mathematics Textbooks -- A Multimodal Study Focusing on the Designed and the Discovered. *Research in Mathematics Education*, 25(2), s. 194-218. doi: 10.1080/14794802.2022.204562

Petersson, J., Sayers, J., Rosenqvist, E. & Andrews, P. (2019). Opportunities for year-one children to acquire foundational number sense: Comparing English and Swedish adaptations of the same Singapore textbook. In: *Harbison, L and Twohill, A, (eds.) Proceedings Seventh Conference on Research in Mathematics Education in Ireland MEI 7. MEI7 - Research in Mathematics Education in Ireland*, Dublin, Ireland, 11-12 Oct 2019, s. 251-258. doi: 10.5281/zenodo.3474138

Petersson, J., Sayers, J. & Andrews, P. (2021). Content analysis of mathematics textbooks and adapted Lorentz curves. I: Proceedings of the Eighth Conference on Research in Mathematics Education in Ireland / [ed] Kingston, M; Grimes, P, Dublin, 2021, s. 356-363. <http://www.diva.portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1603645&dswid=-5476>

Petersson, J., Sayers, J. & Andrews, P. (2022). Two methods for quantifying similarity between textbooks with respect to content distribution. *International Journal of Research & Method in Education*, 46:2, 161-174. doi:10.1080/1743727X.2022.2093846

Roos, H., Fälth, L., Karlsson, L., Nilvius, C., Selenius, H. & Svensson, I. Promoting basic arithmetic competence in early school years—using a response to intervention model. *Journal of Research in Special Educational Needs*, 2023(23), s.313–322. doi: 10.1111/1471-3802.12602

Sayers, J., Petersson, J., Rosenqvist, E. & Andrews, P. (2021). Opportunities to Learn Foundational Number Sense in Three Swedish Year One Textbooks: Implications for the Importation of Overseas-Authored Materials. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(4), s. 506-526. doi: 10.1080/0020739X.2019.1688406

Segerby, C. (2020) Mind the gap between students and their mathematical textbooks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 25(3-4), 115–138. <http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1503024&dswid=-3207>

Skolverket (2022). Kommentarmaterial till kursplanen i matematik – Grundskolan. Stockholm: Skolverket. <https://www.skolverket.se/getFile?file=9790>

Skolverket (2023). *PISA 2022 15-åringars kunskaper i matematik, läsförståelse och naturvetenskap*. <https://www.skolverket.se/publikationsserier/rapporter/2023/pisa-202>

Skolverket (2024). *Läroplan för grundskola, förskoleklassen och fritidshemmet 2022: Lgr 22, reviderad 2024*. Stockholm: Skolverket. <https://www.skolverket.se/getFile?file=13074>

Studentlitteratur (2024). *Favorit matematik*. <https://www.studentlitteratur.se/serier/favorit-matematik/> [2024-09-19]

Utbildningsdepartementet (2023). *Nytt examensmål om läromedel i lärarutbildningarna* [pressmeddelande], 6 oktober 2023, <https://www.regeringen.se/pressmeddelanden/2023/10/nytt-examensmal-om-laromedel-i-lararutbildningarna/>

Utbildningsdepartementet (2024a). *Regeringen avsätter 658 miljoner för inköp av läroböcker* [pressmeddelande], 21 februari, <https://www.regeringen.se/pressmeddelanden/2024/02/regeringen-avsatter-658-miljoner-for-inkop-av-larobocker/>

Utbildningsdepartementet (2024b). *OECD ska analysera Sveriges kunskapstapp i senaste PISA* [pressmeddelande], 3 oktober, <https://www.regeringen.se/pressmeddelanden/2024/10/oecd-ska-analysera-sveriges-kunskapstapp-i-senaste-pisa/>

Van de Walle, J., Karp, K., Bay-Williams, J. (2020) *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. [Pearson international ed.]

Vetenskapsrådet (2024). *Etik i forskningen och god forskningssed*. <https://www.vr.se/uppdrag/etik/etik-i-forskningen.html>

Weber, R. (1990). *Basic content analysis*. Sage university papers.



# BILAGOR

## Bilaga 1

Läroboksfördelning i utvalda publikationer som gjort läromedelsanalyser. De böcker som förekommer i flest publikationer är Favoritmatematik och Singma. Då Abacus, Maths – No problem, Lyckotal, Tuhattaituri, Kymppi och Matemaatika är utländska läroböcker valdes de automatiskt bort av den anledningen.

<b>Publikation, kodad</b>	<b>Lärobok/ läroböcker</b>
1	Favoritmatematik, Mera Favoritmatematik
2	Favoritmatematik, Mera Favoritmatematik
3	Favoritmatematik, Mera Favoritmatematik
4	Maths – No Problem (engelsk), Singma
5	Eldorado, Mitt i Prick, Singma
6	Eldorado, Mitt i Prick, Singma
7	Maths – No Problem (engelsk), Singma, Abacus (engelsk)
8	Eldorado, Matte Direkt Safari, Matte Direkt Borgen
9	Favoritmatematik, Mondo matematik, Singma, Prima matematik
10	Matte Direkt Triumf, Mondo matematik, Mitt i prick, Favoritmatematik
11	Matte Safari
12	Safari, Eldorado, Lyckotal (finsk), Tuhattaituri (finsk), Kymppi (finsk) Matemaatika (estländsk)
13	Matte Direkt, Eldorado

## Bilaga 2

Utvalda läroböcker i alla kommunala skolor i en för studien utvald stad i Västsverige.

Skola kodad	Lärobok
Skola 1	Triumf, Eldorado, Rik matematik
Skola 2	Åk 1–2: Mattekojan, åk 3: Koll på matematik
Skola 3	Favoritmatematik, Mattekojan
Skola 4	Favoritmatematik
Skola 5	Matte Direkt Triumf, Favoritmatematik
Skola 6	Favoritmatematik
Skola 7	Favoritmatematik
Skola 8	Prima matematik
Skola 9	Mitt i prick
Skola 10	Mitt i prick
Skola 11	Mattekojan
Skola 12	Triumf, Eldorado, Rik matematik
Skola 13	Favoritmatematik
Skola 14	Åk 1–2: Mattekojan, Åk 3: Prima matematik
Skola 15	Favoritmatematik
Skola 16	Eldorado
Skola 17	Favoritmatematik

## Bilaga 3

Kodningschema för analys av matematikböcker

1		Subtraktion
	1.1	Subtraktion+ta bort
	1.1.1	Subtraktion+ta bort+enhet
	1.1.2	Subtraktion+ta bort+mångtydighet
	1.2	Subtraktion+komplettera
	1.2.1	Subtraktion+komplettera+enhet
	1.2.2	Subtraktion+komplettera+mångtydighet
	1.3	Subtraktion+jämföra
	1.3.1	Subtraktion+jämföra+enhet
	1.3.2	Subtraktion+jämföra+mångtydighet
	1.4	Subtraktion+generell aritmetik
	1.4.1	Subtraktion+generell aritmetik+enhet

Ytterligare beskrivningar för att förtydliga kodningsschemat:

### Ta bort

Den här subtraktionsstrategin handlar om någonting som förändras i tid. Helheten och den del som blir kvar finns inte samtidigt (Frisk 2009).

**Signalord:** Ta bort, minska, ta ifrån, blir färre, blir kvar, neråt, köper, tappar, äter upp, ger bort.

### Komplettera

Den här subtraktionsstrategin handlar om en ökning av en mängd. Här är den slutliga helheten känd och delarna före ökningen söks (Frisk 2009).

**Signalord:** komplettera, Hur mycket saknas, fattas, fyll upp, behövs för att nå, lägg till för att nå, hur länge, hur många behöver.

### Jämföra

Den här subtraktionsstrategin handlar om en jämförelse mellan två olika mängder. Den större mängden och den mindre mängden eller differensen är känd (Frisk 2009).

**Signalord:** skillnaden, fler än/färre än, hur mycket större/mindre, hur många har inte, mer än, alla *adjektiv* i komparativ form ofta tillsammans med prepositionen *än*, exempelvis mindre än, större än, kortare än och tyngre än.

## Bilaga 4

Kodningsmanual som beskriver vad alla koder i kodningsschemat betyder.

1.1	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Ta bort.
1.1.1	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Ta bort samtidigt som det finns någon enhet.
1.1.2	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Ta bort samtidigt som det finns mångtydighet.
1.2	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Komplettera.
1.2.1	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Komplettera samtidigt som det finns någon enhet.
1.2.2	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Komplettera samtidigt som det finns mångtydighet, t.ex. ytterligare en subtraktionsstrategi.
1.3.	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Jämföra.
1.3.1	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Jämföra samtidigt som det finns någon enhet.
1.3.2	Uppgifter som innehåller subtraktion i kombination med signalord för subtraktionsstrategin Jämföra samtidigt som det finns mångtydighet, t.ex. ytterligare en subtraktionsstrategi.
1.4	Generell subtraktionsuppgift som inte innehåller någon av signalorden för subtraktionsstrategierna Ta bort, Komplettera eller Jämföra. Det kan vara antingen aritmetiska operationer som kräver att eleven skriver ett svar eller uppgifter där differenser ska jämföras och lika differenser ska paras ihop genom streck eller färgläggas med samma färg.
1.4.1	Uppgifter som innehåller subtraktion och tillhör kategorin generell samtidigt som det finns någon enhet.

Förtydligande på ord som används i kodningsschemat:

- Enhet  
En enhet i uppgiften (t.ex. kr, cm, kg) som ger den ett vardagssammanhang och därför placerar den inom någon av subtraktionsstrategierna.
- Generell  
En subtraktionsuppgift som inte innehåller någon av subtraktionsstrategierna Ta bort, Komplettera och/eller Jämföra.
- Mångtydighet  
När en uppgift innehåller fler än en subtraktionsstrategi.
- Subtraktionsstrategin Ta bort  
Innehåller antingen en eller flera av signalorden som står i kodningsschemat och/eller en instruktion som placerar den i subtraktionsstrategin Ta bort.
- Subtraktionsstrategin Komplettera  
Innehåller antingen en eller flera av signalorden som står i kodningsschemat och/eller en instruktion som placerar den i subtraktionsstrategin Komplettera.
- Subtraktionsstrategin Jämföra  
Innehåller antingen en eller flera av signalorden som står i kodningsschemat och/eller en instruktion som placerar den i subtraktionsstrategin Jämföra.



# HÖGSKOLAN I BORÅS

Besöksadress: Allégatan 1 · Postadress: 501 90 Borås · Tfn: 033-435 40 00 · E-post: [registrator@hb.se](mailto:registrator@hb.se) · Webb: [www.hb.se](http://www.hb.se)