EXAMENSARBETE I LÄRARPROGRAMMET
UTBILDNINGSVETENSKAP
VID
INSTITUTIONEN FÖR PEDAGOGIK
2007:37

Problemlösning i grupp

- ett verktyg för att synliggöra elevers individuella matematikkunskaper?

JOSEFINA JALMINGER & ANNA WAHLGREN

HÖGSKOLAN I BORÅS
INSTITUTIONEN FÖR PEDAGOGIK

Sammanfattning

Arbetets art:	Lärarprogrammet, inriktning mot grundläggande perspektiv på naturvetenskap, matematik och teknik/ 210 högskolepoäng Examensarbete 15 högskolepoäng
Titel:	Problemlösning i grupp – ett verktyg för att synliggöra elevers individuella matematikkunskaper?
Engelsk titel:	Problem solving in group – a convenient tool to observe the pupils individual mathematic skills?
Nyckelord:	Problemlösning i grupp, matematikkunskaper, matematik
Författare:	Josefina Jalminger och Anna Wahlgren
Handledare:	Christer Wede
Examinator:	Jörgen Dimenäs
Datum:	Januari 2008

BAKGRUND:
Problemlösningen ska ha en central roll i skolan enligt våra styrdokument. Trots detta har vi upplevt att det sällan är så då läroboken oftast styr matematikundervisningen. Barn lär sig tidigt i livet att lösa problem och deras diskussioner kring problemet är oerhört fascinerande att få lyssna till. Vi blev nyfikna på vad vi som pedagoger kunde få ut kunskap om våra elever genom att sitta med under en problemlösningsprocess och observera dem.

SYFTE:
Syftet med undersökningen är att studera problemlösningsprocessen i situationer där elever i grupper om två ställs inför ett matematiskt problem. Vi vill utifrån denna problemlösningssituation diskutera om den enskilde elevens kunskap synliggörs för pedagogen.

METOD:
Vi har i undersökningen använt oss av en kvalitativ metod där vi intervjuat och observerat elever i par då de arbetat med två matematiska problemlösningsuppgifter. Studien har totalt omfattats av åtta par elever i årskurs fyra på två olika skolor. Vi har analyserat de transkriberade intervjuerna och observationsanteckningarna utifrån Polyas steg i problemlösningsprocessen.

RESULTAT:
Utifrån resultatet anser vi att problemlösning i grupp ger möjlighet för pedagogen att upptäcka den enskilde individens kunskaper. Vi har dock kommit fram till att det krävs vissa förutsättningar. Av betydelse är gruppsammansättningen, valet av problemlösningsuppgift samt att pedagogen är närvarande och ställer frågor.

Innehållsförteckning

1 INLEDNING **7**
2 SYFTE **7**
3 BAKGRUND **8**
3.1 PROBLEMLÖSNING SOM REDSKAP I SKOLANS MATEMATIKUNDERVISNING 8
3.1.1 Problemlösningens plats i dagens skola *8*
3.1.2 Elevens lärande vid problemlösning i grupp *9*
3.1.3 Pedagogens roll och uppgift vid problemlösning *10*
3.1.4 Skillnader och definitioner av matematiska problem att ta hänsyn till i undervisningen *11*
3.2 TEORI FÖR TOLKNING OCH FÖRSTÅELSE AV PROBLEMLÖSNING 12
3.2.1 Faktorer som påverkar förmågan att lösa problem enligt Lester *12*
3.2.2 Faktorer som påverkar förmågan att lösa problem enligt Malmer *13*
3.2.3 Den matematiska problemlösningsprocessen enligt Polya *13*
4 METOD **16**
4.1 DATAINSAMLINGSMETOD 16
4.2 URVAL 17
4.3 GENOMFÖRANDE OCH ETISKA ÖVERVÄGANDEN 17
4.4 ANALYS OCH BEARBETNING AV DATA 18
4.5 VAL AV UPPGIFTER 19
PROBLEM 2 20
5 RESULTAT **21**
5.1 ELEVERNAS FÖRSTÅELSE KRING PROBLEMUPPGIFTERNA 21
5.2 ELEVERNAS PLANERING AV TILLVÄGAGÅNGSSÄTT OCH GENOMFÖRANDE 22
5.3 ELEVERNAS TILLVÄGAGÅNGSSÄTT OCH GENOMFÖRANDE 22
5.4 ELEVERNAS FÖRMÅGA ATT KONTROLLERA SITT SVAR 24
5.5 KORT SAMMANFATTNING KRING RESULTATET 25
6 DISKUSSION **26**
6.1 RESULTATDISKUSSION KRING PROBLEMLÖSNINGSPROCESSEN 26
6.1.1 Förståelsens betydelse för lösningen av problemet *26*
6.1.2 Elevernas planering av genomförandet *27*
6.1.3 Genomförandet utifrån elevernas plan *27*
6.1.4 Elevers reflektion kring lösningen *28*
6.2 SLUTSATS OCH DIDAKTISKA KONSEKVENSER 29
6.3 DISKUSSION KRING DATAINSAMLINGSMETODEN OCH PROBLEMLÖSNINGSUPPGIFTERNA . 30
6.4 VIDARE FORSKNING 30
7 REFERENSLISTA **31**
BILAGA ....

1 Inledning

Barns diskussioner och funderingar kring ett problem är många gånger oerhört fascinerande att få lyssna till. De har många kreativa lösningar, förslag och idéer på hur de kan gå tillväga eller vilka konsekvenser det blir om de gör på det ena eller det andra sättet. Som vuxen tar man sig många gånger inte tid att bara sitta ner för att studera och lyssna till barn på detta sätt. Utifrån dessa tankar fick vi idén till vår studie då vi tror att man som pedagog kan få stora pedagogiska vinningar genom att ta del av hur barn diskuterar och samarbetar kring ett matematiskt problem.

Under vår utbildning har mycket kretsat kring Vygotskijs tankar om den proximala utvecklingszonen där elever lär i samspråk av varandra. Vi har även tagit del av litteratur där forskare betonar vikten av att samtala i matematiken för en ökad förståelse. Att använda sig av problemlösning i matematikundervisningen ger eleverna tillfälle och möjlighet att prata matematik. Det ger även ett gyllene tillfälle för eleverna att få ta del av varandras sätt att tänka vilket hjälper dem att utveckla de egna tankebanorna.

I kursplanen för matematik (Skolverket, 2000) har problemlösning en central roll. Där det står att skolan har till uppgift att hos eleven utveckla kunskaper som ska hjälpa dem att i vardagslivet kunna fatta välgrundande beslut. Där står även att eleverna ska utveckla sin förmåga att både förstå och föra logiska resonemang, men även kunna dra slutsatser samt generalisera. Trots det så har vi under den verksamhetsförlagda delen av utbildningen inte fått någon större erfarenhet av att se eleverna arbeta med problemlösning i grupp utan det mesta av matematikundervisningen har kretsat kring läroboken och olika matematiska modeller.

Vi vill med denna studie få ökad kunskap och förståelse kring hur elever diskuterar, tänker och samarbetar i problemlösningsprocessen. Vi vill även undersöka om detta är ett arbetssätt som kan gagna pedagogen och dennes kännedom om elevernas matematikkunskaper.

2 Syfte

Syftet med undersökningen är att studera problemlösningsprocessen i situationer där elever i grupper om två ställs inför ett matematiskt problem. Vi vill utifrån denna problemlösningssituation diskutera om den enskilde elevens kunskap synliggörs för pedagogen.

3 Bakgrund

Bakgrunden är uppdelad i två delar. Under den första delen kommer vi utifrån litteraturen göra en övergripande beskrivning över de delar som berör problemlösning i matematikundervisningen. I den andra delen av bakgrunden presenterar vi de teorier kring problemlösning som ligger till grund för vår analys och tolkning av det insamlade datamaterialet.

3.1 Problemlösning som redskap i skolans matematikundervisning

I vardagslivet ställs vi dagligen inför problem av olika slag. Oavsett om problemen är små eller av större karaktär så krävs det någon form av strategi som hjälper oss fram till en lösning av problemet. Barn lär sig tidigt i livet att lösa problem som kommer i deras väg. När barnen sedan kommer i skolåldern används problemuppgifter för att utveckla deras kunskaper och lärande. I nästa avsnitt beskriver vi problemlösning i skolans matematikundervisning utifrån skolans gällande styrdokument och tidigare forskning. Under avsnittet tar vi även upp elevens lärande vid problemlösning i grupp, pedagogens roll och uppgift vid problemlösning samt skillnader och definitioner av matematiska problem.

3.1.1 Problemlösningens plats i dagens skola

Malmer (1999) menar att många vardagsproblem handlar om matematik då vi i huvudet gör olika beräkningar och överväganden. Denna problemlösning förknippas många gånger dock inte med de strategier och metoder som utgör matematikundervisningen i skolan. Vidare anser hon att matematikundervisningen ofta ses ur ett ganska snävt perspektiv där fokus ligger på att få fram rätt svar till uppgiften och där förståelsen av matematikens betydelse för vardagslivet försvinner.

Gran (1998) anser att skolan ofta börjar i fel ände. Han menar att eleverna får symboler och räkneregler först och därefter förklaras de. Han anser att det bästa vore om eleverna själva fick upptäcka ett behov av en symbol eller regel, att starta i verkligheten. Vidare beskriver Malmer (1999) att det är en stor skillnad mellan förmågan att lösa ett problem och att lyckas redogöra för det med hjälp av matematiska symboler. Det formella symbolspråket kan därför bli hämmande i problemlösningen då eleverna kan förstå och förklara det logiska i uppgiften men inte ”ställa upp” det. Malmer menar att detta är viktigt att som pedagog vara medveten om.

Malmer (1999) skriver att matematiken i skolan kanske står inför ett trendbrott. Hon beskriver att dagens tekniska samhälle med de hjälpmedel som finns mer ställer krav på det logiska tänkande med förmåga att kunna värdera, generalisera, analysera och se rimlighet istället för det mekaniska räknandet.

I kursplanen för matematik (Skolverket, 2000) har problemlösningen en hög prioritet. Där står under ämnets karaktär och uppbyggnad att:

> ”Problemlösning har alltid haft en central plats i matematikämnet. Många problem kan lösas i direkt anslutning till konkreta situationer utan att man behöver använda matematikens uttrycksformer. Andra problem behöver lyftas ut från sitt sammanhang, ges en matematisk tolkning och lösas med hjälp av matematiska begrepp och metoder. Resultaten skall sedan tolkas och värderas i förhållande till det ursprungliga sammanhanget.” (s.27)

Vidare står under rubriken ämnets syfte och roll i utbildningen att:

> ”Grundskolan har till uppgift att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundande beslut i vardagslivets många valsituationer…” (s.26)

Björkqvist (2001) anser att problemlösningar är framtidens sätt att utveckla elevers matematikkunskaper. Han menar att eleverna genom att själva få komma fram till användbara metoder och strategier i större utsträckning får djupare förståelse för matematiken än om de får en färdig metod presenterad.

I skolverkets nationella utvärdering av grundskolan (Skolverket, 2004) beskrivs att det i Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, Lpo 94 (Utbildningsdepartementet, 1994) ligger en betoning på den kunskapande processen och att det i ämnet matematik innebär en något förändrad kunskapssyn. Detta innebär att större fokus ska ligga kring hur eleven kommer fram till och resonerar kring sin lösning. Processen fram till svaret är det viktiga. I kursplanen för matematik (Skolverket, 2000) betonas elevens förståelse och förmåga att kommunicera kring matematik. Under mål att sträva mot står att eleven ska utveckla ”sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande” (s.26). Trots riktlinjen om en mer kommunikativ matematikundervisning i kursplanen så beskriver Skolverket i rapporten att det mesta av matematikundervisningen är den tysta individuella räkningen. Hela 79 % i undersökningen svarade att det enskilda arbetet förekom vid varje eller de flesta matematiklektioner.

3.1.2 Elevens lärande vid problemlösning i grupp

Ahlberg (1991) menar att ett sätt att ge eleverna större möjlighet till att kommunicera och diskutera matematik är att de samarbetar i smågrupper över ett problem. Barnes och Todd (1977 i Ahlberg, 1991) gjorde i slutet av 70-talet en studie om elevers kommunikation och inlärning under samarbetet då ett problem skulle lösas. De beskrev i studien att eleverna mer gick till materialet och dess information då det inte fanns någon pedagog i gruppen. Eleverna använde varandra som resurser genom att testa sina tolkningar gentemot kamratens uttalande och sedan jämföra med sin egen förståelse av uppgiften. I gruppen fanns ingen pedagog som styrde när och vem som skulle tala utan eleverna styrde detta själva. De var även själva tvungna att bedöma och se relevansen i de olika kamraternas bidrag för det aktuella problemet. Ahlberg (2001) menar att elevernas förståelse kan ändras när de ställer frågor, ger uttryck för de egna erfarenheterna, diskuterar olika lösningsmetoder, lyssnar till andras tankar och ställer hypoteser. Eleverna blir medvetna om hur de själva tänker. Även Malmer (1997) belyser fördelarna med att elever får arbeta i grupp. Hon menar att då en tanke ska formuleras i ord och det finns en lyssnare som är intresserad, då sker en koncentration vilken i sig har viktig betydelse för tänkandets kvalitet, just på grund av att de har fått formulera tankarna.

Tankarna kring hur de kognitiva förmågorna utvecklas i ett samspel och samarbete med andra har stöd hos den ryske utvecklingspsykologen Vygotskij. Evenshaug & Hallen (2001) beskriver Vygotskijs teori om den proximala utvecklingszonen. De menar att barnet genom ett dialogiskt samarbete med någon annan som har mer eller annorlunda kunskaper kring det som ska läras ges möjligheter att klara det som barnet ensamt annars inte skulle ha klarat. Utifrån Vygotskijs teori om den proximala utvecklingszonen betonar Löwing (2006) därför pedagogens viktiga uppgift vid sammansättningen av grupper då hon menar att gruppindelningarna måste göras med eftertanke för att en elev ska vidareutvecklas kognitivt tillsammans med någon annan. En annan aspekt på pedagogens uppgift inom denna zon påvisar Evenshaug & Hallen som menar att pedagogen måste agera inom elevens utvecklingszon som hjälp och stöd för att eleven ska bemästra nya uppgifter. De betonar också att eleverna ska uppmuntras till ett aktivt samarbete med andra.

3.1.3 Pedagogens roll och uppgift vid problemlösning

I Lpo 94 (Utbildningsdepartementet, 1994) framkommer att pedagogen har i uppgift att möta alla elever i deras kunskapsnivå och anpassa sin undervisning efter varje elevs behov och förutsättning. För att kunna hjälpa elever att utveckla sin problemlösningsförmåga menar Ahlberg (2001) att det gäller för pedagogen att verkligen försöka hitta vad i problemlösningsprocessen det är eleven inte hanterar.

Löwing (2006) har i sin forskning kommit fram till hur viktigt det är att pedagogen vid grupparbeten inte flyktigt går från grupp till grupp om hon vill få kunskap kring elevernas kunskaper. Hon upplevde att många pedagoger inte klarade av att se individen i gruppen utan ställer frågor kollektivt vilket gjorde att samma elever alltid svarade på de avgörande frågorna. Det innebar att de elever som mest behövde få sina tankar synliggjorda inte fick det. Pedagogen hade en föreställning om att eleverna förklarade för varandra vilket inte var fallet och missade då detta eftersom hon inte var närvarande under hela processen. Löwing berättar även om givande grupparbeten där pedagogen ansvarade för att eleverna tog till sig ämnesinnehållet. Trots att pedagogen även i dessa grupper kommunicerade med en grupp så var hon noga med att rikta sina frågor till en elev. Löwing poängterar att elever vid grupparbeten bör få komma fram till ett svar gemensamt och pedagogen måste se till att varje elev tillägnar sig kunskaper.

Polya (2004) menar att pedagogen har en viktig uppgift vid problemlösningar. Han menar att en avvägning måste göras för hur mycket hjälp eleverna ska få. Samtidigt som han anser att eleverna behöver arbeta mycket självständigt så påpekar han att de inte får lämnas helt ensamma utan möjlighet till hjälp då risk finns att den enskilde eleven inte gör några framsteg. Är eleven oförmögen att finna en metod som kan leda till en lösning måste pedagogen hjälpa eleven, dock på ett diskret vis som får eleven att tro att den på egen hand kom fram till lösningen. Pedagogen bör inta elevens perspektiv och ställa frågor på det sätt som kunde förväntas av eleven själv. Samma fråga kan även behövas ställa flera gånger men på olika sätt för att inte upprepa sig.

Doverborg och Pramling (1991) anser att pedagogen genom att intervjua elever om deras tankar och analysera det ger pedagogen kunskap om eleverna som kan bli en grund i det fortsatta arbetet. De menar att en pedagog ständigt måste omorganisera sin undervisning för att anpassa den efter elevernas behov.

3.1.4 Skillnader och definitioner av matematiska problem att ta hänsyn till i undervisningen

Vad är egentligen ett problem och hur kan en problemlösning se ut? I Nationalencyklopedin (2007) står det att ett problem är en svårighet där det krävs ansträngning för att komma till rätta med. Ahlberg (1995) anser att det innebär att en uppgift som en elev har svårt för att lösa eller som kräver mycket tankearbete är ett problem för den eleven medan det inte blir något problem för en annan elev som direkt löser uppgiften. Möllehed (1998) menar att eleven måste arbeta sig fram till en lösning för att uppgiften ska kunna definieras som en problemlösning. Han anser att en uppgift där eleverna har en färdig metod att använda aldrig kan kallas för en problemlösning. Ahlberg beskriver problemlösning som ”en frågeställning som ska lösas med en matematisk modell som inte är given” (s.56).

Alla problem är inte lika. Polya (1981 i Möllehed, 2001) menar att i matematikundervisningen används ofta problem som är i direkt anknytning till det avsnitt som är aktuellt. Dessa problem löses genom användning utav en regel som är aktuell för eleven. Vanligt är även problem som löses genom att välja en regel eller metod som eleven är bekant med sedan tidigare. Polya anser dock att eleverna behöver ytterligare utmaning genom problem som kräver att eleven måste använda sig av en kombination av flera metoder eller regler.

Även Charles och Lester (1982) har delat in matematiska problem i olika grupper utifrån skillnader beroende på hur problemen löses. De kallar de vanliga uppgifterna som endast kräver en lösningsmetod för enstegsproblem eller enkla översättningsproblem, vilket innebär att problemet löses genom att översätta orden i problemet till ett matematiskt uttryck. En uppgift som kräver fler metoder eller uträkningar för att komma fram till rätt svar benämns som flerstegsproblem eller komplexa översättningsproblem. Utöver dessa två grupperingar finns ytterligare två grupper av problem. Den första kallar de för processproblem, vilka kräver ett visst logiskt resonemang. Här används inte räkneoperationer utan elever gissar, prövar, ritar, gör en lista/tabell eller letar efter mönster för att komma fram till rätt svar. Den andra är tillämpningsproblem, här spelar matematiken en avgörande roll men uppgiften är verklighetsanknuten eller realistisk. Eleverna måste använda sig av kunskaper som de har med sig från sin vardag.

Vid problemlösningar i grupp finns det enligt Ahlberg (1995) tre olika aspekter på gruppaktiviteten som pedagogen måste ta ställning kring. Pedagogen måste veta vad syftet med uppgiften är. Antingen kan eleverna samarbeta med materialet som finns tillgängligt vid arbetet, eleverna kan även göra var sin lösning för att sedan jämföra resultaten och kom fram till ett gemensamt svar. Den sista typen av samarbete är att lösa problemet tillsammans, vilket ställer stort krav på eleverna som måste planera och ta beslut tillsammans. Samarbetet påverkas av elevernas kunskaper och uppfattningar. Ahlberg poängterar hur viktigt det är att ge eleverna en uppgift som inbjuder till samarbete om pedagogen är ute efter en diskussion. Hon anser att uppgiften bör vara en öppen problemtyp som inbjuder till samtal och diskussion och att uppgiften bör ha ett flertal lösningar.

3.2 Teori för tolkning och förståelse av problemlösning

Det har utvecklats flera teorier kring de aspekter som påverkar förmågan att lösa matematiska problem. I avsnitten som följer kommer tre teorier att beskrivas och förklaras. De två första teorierna, Lesters och Malmers, beskriver hur individens kunskap och inställning påverkar förmågan att lösa matematiska problem. Båda dessa teorier får betydelse även vid grupparbeten då elevers individuella förutsättningar påverkar deras fallenhet för samarbete. Polyas teori är den sista som beskrivs och den skiljer sig gentemot de andra genom att se på skeendet vid problemlösning. Då syftet med undersökningen är att studera problemlösningsprocessen i situationer när några elever i grupp löser matematiska problem, så har vi valt att låta Polyas fyra steg bilda struktur för vår analys.

3.2.1 Faktorer som påverkar förmågan att lösa problem enligt Lester

Lester (1988) skriver att det krävs mer än bara direkta tillämpningar av matematikkunskaper när ett matematiskt problem ska lösas. En sådan förmåga utvecklas långsamt och under lång tid. Han skriver vidare att denna matematiska problemlösningsförmåga är beroende av fem faktorer som i sig är beroende av och samspelar med varandra. De fem faktorerna beskrivs som *kunskapande och användning, kontroll, uppfattningar av matematik, affekter* och *slutligen socio-kulturella sammanhang*. Nedan följer ett förtydligande av Lesters fem faktorer samt Mölleheds (1998) tankar om kontroll.

Kunskap och användning
Här handlar det om vilka matematikkunskaper som finns och förmågan att kunna använda dessa kunskaper. Denna kategori innebär ett brett spektrum då det handlar om såväl de instinktiva och informella som de formella kunskaperna. Det handlar om de kunskaper som stödjer individen i matematik. Lester framhäver dock att det finns några ”betydande” typer av kunnande. Dessa betydande kunskaper innebär att det finns kännedom om problemtyper, att det finns olika strategier som t ex söka mönster eller arbeta baklänges, algoritmens funktion, definitioner och fakta om tal och begrepp. Hur eleven sedan organiserar, synliggör och utnyttjar denna kunskap är betydelsefullt för sammanhanget.

Kontroll
Kontroll enligt Lester handlar till stor del om förmågan att planera, styra och utvärdera sitt tänkande för att på ett framgångsrikt sätt kunna hantera matematiska situationer. Att kunna kontrollera sina handlingar är betydelsefullt för problemlösningen. Möllehed (1998) beskriver att det i den inledande delen av problemlösningsprocess dels sker ett sökande efter kunskaper som är relevanta för problemet och dels att det sker ett aktiverande av lämpliga förmågor. Detta leder sedan till att eleverna handlar på ett visst sätt eller använder en speciell metod. Märker eleven att den handling eller metod som valts inte är framgångsrik går den tillbaka och söker efter nya kunskaper och lämpliga förmågor i sitt register, vilket utmynnar i en ny handling. Möllehed menar att flexibiliteten och förmågan att röra sig mellan dessa olika fält påverkar förmågan att kunna lösa ett problem. Ju lättare en elev rör sig mellan fälten desto bättre problemlösare.

Uppfattningar
När det gäller uppfattningar av matematik så påverkas sättet att lösa matematiska uppgifter beroende på tidigare kunskaper. Hur man löser en uppgift kan t ex hänga på nyckelord i texten och dessa uppfattningar styr även beslutet om lösningsmetod.

Affekt
Affekt som påverkan på problemlösningsförmågan kan härledas till de känslor, åsikter och attityder som finns gentemot specifika matematikområden. Det kan alltså handla om att eleven inte tycker om ämnet matematik eller bara har något emot någon specifik del av matematikämnet. Affektkänslor kan även innebära till exempel dåligt självförtroende, stress eller ängslan. Detta innebär att affektiva faktorer påverkar prestationerna i matematik och även sättet att tänka och handla i en matematisk situation.

Socio-kulturella
Människor påverkar och påverkas av den verklighet de lever i. Därför är det väsentligt att ta hänsyn till att de socio-kulturella faktorerna också har inflytande på tänkandet. Lester menar att de sociala och kulturella förhållandena både i skolan och i hemmet har en betydande påverkan på elevens framgång och tankebanor i matematiken.

3.2.2 Faktorer som påverkar förmågan att lösa problem enligt Malmer

Elever kan reagera på olika sätt då de ställs inför ett matematiskt problem. Malmer (1999) menar att dessa olika reaktioner kan bero på flera orsaker. Hon nämner dels betydelsen av elevers olika tankestrukturer, dels de olika karaktärsdragen hos individen men även de övriga yttre omständigheterna som både kan underlätta eller försvåra för situationen. Malmer skriver att det finns olika variationer på elevreaktioner men urskiljer framför allt fyra olika typer:

1. Elever som snabbt ger upp och ”accepterat att vara dåliga” i matematik.
2. De elever som irriteras över sina svårigheter, skyller sina misslyckanden på läraren och känner sig orättvist behandlade.
3. Elever med en positiv inställning till skolan som har lätt för att komma ihåg olika färdiga modeller och fungerar väl med det mekaniska ifyllandet av ”tomma luckor”. En bristande förståelse kan därför döljas ganska länge. Bakslaget kan komma när det blir en annan typ av uppgifter med mer text och mer komplex lösning.
4. Elever som har en tilltro till sin inneboende förmåga men som också är medveten om sina svårigheter. De bygger upp egna kreativa lösningsstrategier då de har svårt att memorera utan förståelse.

3.2.3 Den matematiska problemlösningsprocessen enligt Polya

I litteraturen kring problemlösning nämns ofta den ungerske forskaren George Polya som i sin bok ”How to solve it” (2004) har beskrivit processen vid problemlösning i matematik i fyra steg. Boken gavs ut första gången 1945 men har sedan tryckts om i flera upplagor. Något som är utmärkande för Polyas teori är vikten av att ställa frågor i problemlösningsprocessen. Han menar att både elever och pedagoger kan använda sig av frågor till vardera steg för att kontrollera sin egen eller elevernas process till en lösning av ett problem. Frågorna hjälper till att lösa problemet eftersom frågorna bidrar till synliggörande av fallgropar. De hjälper dessutom till att hitta vägar till lösningen.

Mycket i Polyas teori påminner om en blandning av ett gestaltteoretisk och ett informationsbehandlingsteoretiskt synsätt. Gestaltteorin beskriver Laurillard (1998) med att det alltid finns en underliggande struktur i vår uppfattning kring en uppgift. Problemet löses på varje elevs eget sätt då det inte finns några klara metoder. Hon menar att pedagogen inte styr in eleverna på förutbestämda metoder. Dock måste uppfattningen kring strukturen i problemsituationen vara rätt uppfattad för att problemet ska kunna lösas. Det informationsbehandlingsteoretiska synsättet menar Laurillard istället inriktas mot processen vid problemlösningen. Hon menar att fokus ligger på metodval och inte på förståelsen. Lösningen på problemet arbetas fram genom att uppdatera delmål. Eleverna arbetar fram och tillbaka med uppgiften tills resultatet blir riktigt. Här skiljer sig Polya som anser att eleven bör ha en grundtanke kring den underliggande strukturen samt förståelse för det som efterfrågas.

I denna undersökning studeras hela problemlösningsprocessen då vi vill diskutera pedagogens möjligheter att använda denna typ av situation för att få vetskap om varje elevs kunskaper. Då det krävs noga granskning av hela genomförandet passar Polyas teori som teoretisk utgångspunkt eftersom han påpekar att alla fyra stegen i problemlösningsprocessen har betydelse. Polya förklarar det med, att om en elev direkt säger svaret utan några förberedelser eller uträkningar är detta givetvis bra så länge svaret blir rätt. Han menar dock att risken är att någon information har missats och svaret blir fel. Om inte alla steg gjorts är detta svårt att upptäcka för eleven. I följande stycken presenteras Polyas fyra steg mer utförligt.

Steg 1 - att förstå och lokalisera problemet

Polya förklarar steg ett med att skapa bekantskap med uppgiften. Han menar att en bra start är att göra ett uttalande om problemet genom att försöka visualisera det. Meningen är att skapa förståelse och insyn i problemet som gör att tankarna och minnen från tidigare lösta uppgifter kommer igång.

I första steget måste uppgiften studeras noga för att verkligen komma fram till vad som efterfrågas. Detta görs för att kunna plocka ut de relevanta uppgifter som behövs för att lösa problemet eller för att finna ut hur de uppgifter som finns kan användas. Dessutom måste det finnas en lust i att lösa problemet. Polya menar att det därför är viktigt att utgå ifrån något verkligt och greppbart som gör problemet mer intressant.

Eleverna måste tränga in i texten för att kunna utläsa vad som efterfrågas. För att förstå uppgiften så måste eleven veta innebörden av alla ord i texten. Små ord kan ha stor betydelse i uppgiften. Exempelvis om kunskap saknas kring vad fler eller färre betyder så kan det få stora konsekvenser vid försök att lösa en uppgift med dessa ord. Även matematiska termer som inte är bekanta för eleven kan ställa till stora bekymmer. Arbetar eleverna i grupp kan de med hjälp av varandra öka förståelsen genom att ställa frågor till varandra samt genom att försöka omformulera frågan till egna ord. Även pedagogen kan här se om de förstått frågan genom att be dem förklara vad som efterfrågas.

Steg 2 - Att planera sitt tillvägagångssätt

Det kan vara svårt och krångligt att komma fram till hur problemet kan lösas. Polya anser att den största prestationen ligger i att tänka ut en idé kring uträkningen. Idéer kring tillvägagångssättet kan uppkomma och förändras under processen. Ibland kommer den riktigt bra idén först efter att ett flertal försök har gjorts med andra metoder.

Även i detta steg så kan pedagogen på ett diskret sätt ställa frågor till eleverna så att de kommer på hur de ska göra. Frågorna bör ställas så eleverna tror att de själva kommit på idén. När pedagogen ställer frågor så måste hon/han utgå ifrån sina egna erfarenheter om svårigheterna som kan finnas för att lösa matematiska problem för att kunna sätta sig in i elevens situation.

Eleverna gör jämförelser med problem som de tidigare löst med utgångspunkt i det som efterfrågas för att finna en metod att använda sig av. Om eleven har liten eller ingen kunskap inom problemområdet så har de svårt att komma på hur de ska lösa problemet. För att ha riktigt goda idéer kring lösningsmetod så måste eleven ha arbetat med liknande uppgifter förut. Eleverna måste alltså ha vissa förkunskaper för att kunna göra upp en strategi som gör att de löser problemet. Något som kan vara ett problem är att en uppgift kan ha likheter med flera olika problem eller med delar av andra problem. Det gäller då för eleverna att kunna plocka ut de delar som de kan ha nytta av. Polya uppmanar att fokusera på det okända och försöka hitta idéer kring lösningar som efterfrågar samma sak.

I detta steg strukturerar de även upp de uppgifter som finns för att se hur de kan användas. Här kan eleverna även ta del av varandras förslag på lösningsmetoder och diskutera dem. Genom att ställa frågor till varandra så framkommer hur de tänkt gå till väga samt vilka uppgifter de tänker använda sig utav.

Steg 3 - Att genomföra planen

Om planen för genomförandet är väl uttänkt underlättar det steg tre. Dock är det viktigt att eleverna håller fast vid sin plan av genomförandet och kontrollerar att varje steg utförs korrekt. Här kan eleverna arbeta relativt självständigt. Om de själva har kommit fram till hur de ska gå till väga så är risken liten att de ska tappa tråden.

Eleverna måste vilja lösa problemet, är viljan tillräckligt stark så kan eleven inte släppa problemet innan det är löst. Löser de inte uppgiften genom sin förutbestämda metod måste de lämna den och gå vidare till en annan metod, de återgår då till steg två. Om pedagogen inte tidigare varit inblandad så kan det vara läge att gå in här och kontrollera så att uppgiften är rätt tolkad och att hjälpa dem genom att ställa en motfråga till deras tolkning återgår då till steg ett.

Steg 4 - Att kontrollera sitt svar

Enligt Polya är det fjärde steget ofta det steg som eleverna hoppar över för att skynda vidare till nästa uppgift efter att de kommit fram till ett svar. Han menar dock att pedagogen har en viktig uppgift i att lära eleverna att analysera om svaret känns rimligt. Oftast behövs inte hela uppgiften kontrolleras utan det räcker med att plocka ut de känsliga delarna som påverkar resultatet mest. Genom att se på lösningen från olika vinklar och jämföra med tidigare erfarenheter så kontrolleras resultatets sannolikhet.

Via svaret kan eleverna se om uppgiften eventuellt skulle ha kunnat lösas på ett enklare sätt. De kanske kan hitta flera lösningar eller kanske kan lösningen generaliseras och skrivas som en formel som sedan kan användas vid andra problemuppgifter. Polya menar att det är i detta steg som eleverna utvecklas som problemlösare genom att utvärdera sin lösning med utgångspunkt i svaret.

4 Metod

I denna undersökning studeras problemlösningsprocessen där elever i grupper om två ställs inför ett matematiskt problem. Vi vill utifrån detta diskutera om den enskilde elevens kunskap synliggörs för pedagogen i en sådan problemlösningssituation. För att kunna studera detta har en kvalitativ forskningsmetod använts. Holme & Solvang (1997) beskriver att styrkan i kvalitativa metoder och data är att det visar på totalsituationen, att det ger en helhetsbild för ökad förståelse, vilket vi är ute efter. Även Patel & Davidsson (1994) menar att syftet med en kvalitativ undersökning är att få en djupare kunskap i förhållande till den kvantitativa mer statistiska informationen. Björkdal- Ordell (2007) beskriver den kvantitativa metoden som användbar då syftet är att undersöka hur vanligt eller hur ofta förekommande något är och då den insamlade informationen ska kunna omvandlas till siffror. Detta överensstämmer inte med vårt syfte eller våra tankar kring undersökningen och därför har en kvalitativ metod valts.

I detta avsnitt beskrivs vilka verktyg som använts vid datainsamlingen. Vidare beskriver vi även vår urvalsgrupp samt genomförandet och de etiska krav tagits hänsyn till i vår kvalitativa undersökning samt hur materialet bearbetats och analyserats.

4.1 Datainsamlingsmetod

Som datainsamlingsmetod har både intervjuer och observationer använts. I de fall där eleverna skrivit anteckningar har även dessa behandlats i resultatet. Eleverna har vid undersökningstillfället fått två problemlösningsuppgifter att tillsammans arbeta med. Vi har varit två personer närvarande för att observera och ställa frågor. Emanuelsson, Johansson, Nilsson, Olsson, Rosén och Ryding (1995) anser att genom att låta eleverna arbeta i smågrupper och lösa ett matematiskt problem så hamnar fokus på processen istället för på svaret vilket passar undersökningens syfte. De menar vidare att det viktiga är samtalet mellan eleverna då de får förklara och argumentera för sitt tänkande. Doverborg och Pramling (1991) menar att det kan vara en fördel att intervjua elever i grupp eftersom eleverna dels kan bli medvetna om andra sätt att tänka vilket kan få något barn att få en ny förståelse. Barnens svar i en gruppintervju ger dessutom ofta upphov till nya frågor och funderingar hos de andra eleverna. De menar även att intervjuaren måste vara aktiv och ställa följdfrågor som får eleverna att reflektera över sina och kamratens svar. Nackdelen kan vara att det tysta barnet inte kommer till tals om det är tillsammans med mer pratglada elever.

Intervjumetoden som använts kan liknas vid de som Kihlström (2007) beskriver som kvalitativa ostrukturerade intervjuer. Hon menar att intervjun då mer kan liknas vid ett samtal men med ett bestämt fokus och det är intervjuaren som ser till att samtalet hålls till ämnet och det är också intervjuaren som bestämmer riktningen av samtalet. Svensson och Starrin (1996) anser att den kvalitativa intervjun används när syftet är att upptäcka olika företeelser snarare än omfattning vilket stämmer väl överens med denna studie. Vidare menar de även att en kvalitativ intervju inte är standardiserad, det vill säga att utformningen på intervjun inte kan bestämmas i förväg. I denna studie ställdes frågor under hela processen för att synliggöra elevernas tankar kring det som skedde vid datainsamlingstillfället. Doverborg och Pramling (1991) påpekar vikten av att ge eleverna tid att tänka och inte skynda vidare när de inte direkt kommer med ett svar. De påpekar även att om intervjun är mer som ett samtal så kan inte frågorna vara planerade i detalj. Däremot måste intervjuaren vara klar över vad som är syftet med samtalet. Det är dock mycket viktigt i dessa fall att följa upp elevens svar och vara en aktiv samtalspartner. Intervjuerna i vår studie utgick inte från några i förväg bestämda frågor då situationen styrde frågorna. Tanken med frågorna utgick dock från vårt syfte och utifrån en förutbestämd struktur. Denna struktur innebar att vi hade funderat kring hur vi kunde ställa frågor om eleverna t ex inte förstod uppgiften eller hur vi skulle uttrycka oss för att det inte skulle låta som ett förhör. Bell (1995) menar att det är viktigt med en viss struktur i intervjun så att de områden intervjuaren tänkt undersöka kommer med men att den som svarar på frågorna ändå har ett stort utrymme.

Vid datainsamlingstillfället var det två elever tillsammans med oss vilket gav god möjlighet till att kunna observera. Patel och Davidsson (1994) beskriver observation som ett användbart redskap när information om beteenden och skeenden ska studeras. Med beteende menar de då inte bara fysiska handlingar, utan ordet innefattar även verbala yttranden, relationer mellan de observerade, känslouttryck etc. De utförda observationerna kan jämföras med Kihlstöms (2007) strukturerade observation. I en strukturerad observation beskriver Kihlström att det som ska observeras är bestämt i förväg. Hon förklarar dock att det finns två varianter av strukturerad observation, en med löpande protokoll och en där det finns ett färdigt observationsschema. I denna undersökning är situationen som observeras arrangerad och syftet är att se hur eleverna diskuterar och arbetar sig fram till en lösning. Ett löpande protokoll har därför använts för att få med de utifrån vårt syfte viktiga delarna i problemlösningssituationen.

Vid datainsamlingstillfället har intervju och observation inte använts som separata redskap utan varit beroende av varandra. Samtalet och frågorna har utgått från det observerade. Utifrån Patel och Davidsons (1994) definition av deltagande observatör kan vår roll vid datainsamlingstillfället därför definieras med detta då de menar att en deltagande observatör är aktiv bland eleverna vid observationstillfället med t ex frågor.

4.2 Urval

Datainsamlingen för vår studie har utförts på två F-6 skolor belägna i mindre samhällen. Det är totalt 16 elever från två klasser i årskurs fyra som deltagit. Sex elever från vilken vi fortsättningsvis kallar klass A, på ena skolan och 10 elever från vad vi fortsättningsvis kallar klass B, på den andra skolan. Vi valde att intervju och observera åtta grupper då vi ansåg detta tillräckligt för att få en helhet kring huruvida pedagogen genom en problemlösningsprocess kunde se den enskilde elevens matematikkunskap. De två klasserna är inte slumpmässigt utvalda utan för oss kända sedan tidigare. Från klass A medverkade sex elever och dessa elever blev slumpmässigt utvalda då det enligt läraren inte var så stora nivåskillnader mellan elevernas matematikkunskaper. I denna klass drog vi lott om vilka elever som skulle bilda par och ingå i studien. I den andra klassen valdes däremot elevparen ut med hjälp av läraren för att eleverna inom paren skulle ha likvärdiga matematikkunskaper. Valet att studera par där eleverna har ganska jämna matematikkunskaper valde vi med tanken att det i en sådan grupp skulle bli mer diskussion. Vi valde dock att ha skiftande nivåerna mellan gruppernas matematikkunskaper.

4.3 Genomförande och etiska överväganden

Innan studiens början kontaktades lärarna i de för oss aktuella klasserna för att få ett godkännande att eleverna fick medverka under lektionstid. Efter lärarnas godkännande skickade vi ut en skriftlig förfrågan (bilaga 1) till föräldrarna då Vetenskapsrådet (2002) påvisar att när det gäller barn under 15 år måste det finnas medgivande från vårdnadshavaren om barnets deltagande. I brevet presenterade vi oss själva. Vi informerade om studien och de insamlade uppgifternas användning samt undersökningsmetoderna utifrån Vetenskapsrådets etiska krav. Vi påvisade också i enlighet med dessa krav elevernas anonymitet och rätt att avbryta sin medverkan. På föräldramedgivandet fick målsman fylla i om de godkände sitt barns medverkan samt skriva under. Dessa samlades sedan in så vi visste vilka elever som kunde medverka i studien.

Vid första datainsamlingstillfället på skola A studerade vi tre par. Utifrån de föräldramedgivanden som godkänt en medverkan lottade vi inför klassen fram de namn som bildade grupper och turordning. Elevparen fick i den lottade turordningen följa med oss till ett närliggande konferensrum. Konferensrummet valdes eftersom det var en lugn och avskild plats vilket Doverborg och Pramling (1991) påvisar som viktigt då eleverna ska kunna koncentrera sig och inte tappa intresset under genomförandet. I rummet hade vi på bordet lagt fram rutpapper, färgpennor, linjal och laborativt material i form av knappar. Penna och radergummi hade eleverna själva med sig. Vi hade även lagt fram en diktafon för inspelningen. Bordet var ovalt vilket innebar att eleverna satt i rundningen och vi satt lite vid sidan av eleverna. Vi hoppades med denna placering att eleverna skulle känna sig bekvämare.

Vid det andra datainsamlingstillfället på skola B hade läraren utifrån föräldramedgivandena gett förslag på grupper. Totalt studerade vi här fem grupper i slumpvis ordning. Intervju- och observationerna utfördes i ett intilliggande ostört klassrum och placeringen av materialet, eleverna och oss var på liknande sätt som på skola A.

Datainsamlingen skedde under två förmiddagar och varje intervju/observation tog ca 30 minuter. Tiden varierade beroende på hur snabbt eleverna löste uppgifterna. Tillvägagångssättet under själva intervju- och observationstillfällena var likvärdiga. När eleverna hade satt sig ner småpratade vi med dem och informerade om att de hade rätt att avbryta intervjun. Vi förklarade även utförligare vad de skulle få göra, att de fick ställa frågor till oss och att de fick använda sig av det material som låg på bordet. Vi poängterade också att det inte var det rätta svaret vi var intresserade av utan elevernas tankar. Emanuelsson mf. (1995) menar att det är viktigt att inge förtroende till eleven genom att inleda med lite småprat som gör att eleven slappnar av. De påpekar även vikten av att inte värdera elevens tankar eller korrigera elevernas svar. Eleven måste uppleva att det är dennes tankar vi är intresserade av och inte det rätta svaret. Eleverna fick sedan ett gemensamt papper med uppgift ett (bilaga 2) som de läste igenom och bearbetade. Vi ställde under processen frågor för att förstå hur eleverna tänkte eller menade. När eleverna kände sig färdiga med första uppgiften togs den bort och de fick pappret med den andra uppgiften (bilaga 3) att arbeta med.

4.4 Analys och bearbetning av data

När vi genomfört intervjuerna och observationerna transkriberades intervjuerna. Dovemark (2007) beskriver att för den transkriberade intervjuns reliabilitet är det viktigt att vara medveten om att det är skillnad mellan hur något sägs i verkligheten i förhållande till samma ord nedskrivna på papper. Detta eftersom tonläge och tonfall är svårt att skriva ner. I vår bearbetning och analys gick vi emellanåt tillbaka till bandupptagningen för att inte feltolka då osäkerhet kring något av det transkriberade uppstod. Vid transkriberingen hjälptes vi åt med några nedskrivningar samt att vi transkriberade några var för sig. Vi lyssnade även på intervjuerna och jämförde med våra observationsanteckningar om vad som hade skett. Observationsanteckningarna skrevs därefter in i de transkriberade intervjuerna för att vi lättare skulle kunna utläsa hela sammanhanget. Vid transkriberingen benämnde vi eleverna vid fiktiva namn för att uppfylla kravet på anonymitet.

Patel & Davidsson (1994) beskriver att arbetssättet vid en kvalitativ databearbetning ofta innebär ett arbete med textmaterial som t ex intervjuutskrifter och där målsättningen är att hitta mönster och kategorier som sedan utgör en grund för den skriftliga rapporten. Vi valde att i resultatet lyfta hur elevernas kunskaper har framkommit då vårt syfte är att diskutera om den enskilde elevens kunskaper kan synliggöras för pedagogen. Ahlberg (2001) menar att det är viktigt för pedagogen att få reda på vad i problemlösningsprocessen det är eleven inte hanterar. Därför har Polyas (2004) fyra steg i den matematiska problemlösningsprocessen valts som struktur för resultat och resultatdiskussion.

Utifrån det transkriberade materialet sökte vi efter mönster i hur eleverna hade tolkat och förstått problemuppgifterna. Vi utgick från uppgifterna var för sig då det var två olika typer av problemlösningsuppgifter. Vi sökte efter mönster och kategoriserade utifrån vad eleverna både enskilt och tillsammans sade om uppgiften men även hur de tog sig an den skriftligt eller med det laborativa materialet. Även elevernas anteckningar från uppgifterna användes som underlag.

När vi bearbetade och analyserade materialet utifrån elevernas tillvägagångssätt och genomförande av uppgiften tittade vi dels efter mönster på vilka metoder som eleverna använde sig av samt i vilken utsträckning som diskussion och samarbete förekom.

Reliabiliteten, tillförlitligheten, i undersökningen förstärks enligt Patel & Davidsson (1994) då det är två som finns med under observationerna och intervjuerna vilket är fallet i vår studie. Detta medför att en jämförelse mellan det vi registrerat i svar och observationer kan göras för att se hur det vi uppfattat överensstämmer. Vi har även använt oss av diktafon för att spela in vad som sagts och vi har därför haft möjlighet att gå tillbaka och lyssna till respondenternas svar och tonlägen samt hur vi som intervjuare själva ställt frågorna vid bearbetningen av intervjuerna. Vi är medvetna om att detta inte är en naturlig situation för eleverna vilket kan påverka både det eleverna säger och gör.

4.5 Val av uppgifter

Inför datainsamlingstillfället hade vi valt ut två problemlösningsuppgifter som vi hoppades skulle inbjuda till diskussion mellan eleverna. Vår definition av problemlösningsuppgift i matematik kan härledas till Mölleheds (1998) definition. Han beskriver att eleverna i en sådan uppgift måste arbeta sig fram till en lösning. I uppgiften där eleverna ska uppskatta stegens längd valde vi en bild på ett klassiskt hus med dörrar i markplan och en bil utanför. Detta för att eleverna lättare skulle kunna använda referenser för sin uppskattning. Den andra uppgiften valde vi då det fanns flera möjligheter att komma fram till rätt svar. Till denna uppgift kunde eleverna använda sig av laborativt material, rita eller räkna ut med matematiska modeller. Uppgifterna är hämtade från Nationellt Centrum för Matematikutbildnings hemsida (2007). På nästa sida presenteras problemuppgifterna.

Problem 1

Ni ska byta ut trasiga tegelpannor högst upp på taknocken. För att komma upp på taket behöver ni låna en stege.
Ungefär hur lång måste stegen vara?

Hur vet ni det?

Problem 2

Sju barn sitter på golvet i en ring. De spelar ett spel med en speciell regel. Regeln är att: flickor ska lägga tre kulor och pojkar ska lägga två kulor framför sig på golvet. När alla har lagt ut sina kulor ligger det 19 kulor där.

Hur många pojkar och hur många flickor sitter i ringen?

Vi valde dessa problem med utgångspunkt i Polyas (2004) åsikt om att elever behöver utmanas med problem som kräver en kombination av flera metoder eller regler som ställer krav på att eleven har ett självständigt och logiskt tänkande. Uppgifterna som valts kan även kategoriseras in i Charles och Lesters (1982) grupperingar. Problem ett kan liknas vid ett processproblem då det inte löses genom någon matematisk formel. Det ställer dock krav på logiskt tänkande. Problem två är mer komplext. Det kan både lösas med matematiska formler eller genom att rita, gissa och pröva. Utifrån Charles och Lester grupperingar kan därför denna uppgift dels betraktas som ett flerstegsproblem och dels som ett processproblem.

5 Resultat

I följande avsnitt beskrivs hur problemlösningsprocessen i de två uppgifterna har kunnat ge oss information kring delar av elevernas kunskaper. Vi har valt att presentera det insamlade datamaterialet utifrån Polyas (2004) fyra steg i problemlösningsprocessen.

5.1 Elevernas förståelse kring problemuppgifterna

Vi har i denna del av problemlösningsprocessen kunnat utläsa huruvida eleverna har förstått uppgiften genom de uttalanden, diskussioner samt genom deras val av tillvägagångssätt. Vi har kommit fram till tre olika kategorier som berör förståelsen.

Elevens förmåga att utläsa all information i uppgiften
Denna kategori innebär att eleverna kunde ta till sig all information i uppgifterna och vidare under processen använda sig av den informationen för att komma fram till ett svar. I uppgift ett gavs exempel på att det fanns förståelse kring det abstrakta tänkande som faktiskt krävdes i uppgiften. Exempel på detta var:

Erik: Den ska upp till högsta taket
Per: Fem meter typ
Erik: Ja på ett ungefär
Per: Ja
I: Ungefär fem meter, hur tänkte ni när ni fick fram fem meter då?
Per: Två meter är ju dörren typ och ett fönster är ju ungefär en meter och resten är ju ungefär två meter typ så det blir ungefär fem

Eftersom Per i denna situation snabbt gav ett svar uppstod ingen vidare diskussion och Eriks kunskap går därför inte med säkerhet uttala sig om.

Ett annat exempel där det synliggjordes att all information var uppfattad var i uppgift två. Här framkom det genom följande samtal mellan eleverna:

Erik: Sju barn, jaha. Då ska man bara dela sju ... då ska man lägga upp sju människor här och så ger man dom tre eller två kulor
Per: Vad gör du?
Erik: Vad gör jag, de ja... *(ritar och räknar*), det måste vara ganska många tjejer här...19 kulor

Eleven missar delar av informationen
Denna kategori innebär att eleverna inte har lyckats ta till sig all information som är viktig för att kunna lösa uppgiften. I uppgift ett synliggjordes det tydligt i ett exempel att dessa elever inte tillägnat sig all information, då följande diskussion uppkom:

Tom: Hur vet vi att det e trasiga tegelpannor?
Peter: De har trillat ner
(De tittar efter på marken och på taket)
Tom: De är inga som trillat ner här?
Peter: Näe

Först efter att vi uppmärksammat Tom och Peter på vad det är de skulle ta reda på började de fundera kring stegens längd. Betydelsen av att ställa frågor framkom tydligt här då våra frågor fick dem att tänka i andra banor.

Utifrån vad som sades och gjordes i uppgift två kunde vi urskilja vilken information i uppgiften eleverna inte fått med sig. Även här kunde vi se våra frågors betydelse. Exempel på detta är följande:

Stina: ...tre tjejer och fem killar det blir åtta
I: Hur tänker du då?
Stina: Jag tänker tre och tre och tre det är nio och ... med två stycken så blir det fem och så blir det åtta ihop
[...]
I: Det är 19 kulor och hur många var de i spelet då?
Stina: Det står inte i frågan
I: Står det inte i frågan?
Stina: Nej, jo sju

Elever omtolkar uppgiften
I denna kategori har det genom elevernas diskussioner och genomförande framkommit att de gjort egna tolkningar av uppgifterna. I uppgift ett synliggjordes detta då elever uppfattade uppgiften som att de var tvungna att göra en uträkning med hjälp av mätning med linjal för att komma fram till ett svar. De valde även att göra en omvandling trots att det i uppgiften inte fanns någon skala.

I uppgift två framkom en föreställning som inte antyddes i uppgiften. Föreställningen var att könsfördelningen mellan flickor och pojkar i ringen skulle vara rättvis. En elev sa efter att ha läst uppgiften ”ska det vara ungefär lika många tjejer och killar” och i andra fall yttrade det sig mer under uträkningen.

5.2 Elevernas planering av tillvägagångssätt och genomförande
Denna del av problemlösningsprocessen var svår att observera och särskilja från genomförandet. Det framkom inga direkta diskussioner kring valet av metod eller kring hur de skulle lösa uppgiften innan genomförandet påbörjades. Vi upplevde det många gånger som om en i gruppen påbörjade uppgiften och diskussionen uppkom därefter.

5.3 Elevernas tillvägagångssätt och genomförande
Genom att observera elevernas tillvägagångssätt och samtal kunde vi få mycket information kring hur eleverna använde sig av olika metoder samt delar av deras matematikkunskaper. Det gav oss även kunskap kring hur eleverna diskuterade och samarbetade.

Synliggörandet av elevernas matematikkunskaper
I denna kategori framkommer elevernas förmåga kring hur de använder sig av olika metoder samt vilka andra matematikkunskaper de behärskar. I till exempel uppgift ett behövde eleverna kunna göra en uppskattning som var förknippad till verkligheten. Vissa elever hade denna förmåga och det yttrade sig tydligt då de kunde uttrycka sig utifrån en verklig referensram. Följande citat visar denna kunskap:

Pelle: … 3 4 5 6 , ska vi skriva 5 (*räknar på husets höjd*)
Isa: 5 ja, mmm…
I: Ni tror 5 meter? Hur tänkte ni, kan ni för klara en gång till för mig?
Pelle: Halva dörren är eller ända upp hit är det
Isa: Vi tänker från marken till halva dörren ungefär
Pelle: …är det ungefär 2 meter upp hit *(pekar på dörrens övre karm)*

I denna uppskattningsuppgift framkom ett oväntat val av metod då många av eleverna valde att ta linjalen och börja mäta. I och med elevernas val att använda linjalen så fick vi inblick i deras kunskaper kring mätning och omvandling. Nedan följer diskussioner som synliggör detta:

Pia: Det blir ju 7cm och det blir ju typ 7m
I: Hur vet man det?
Pia: För det är kort äää… å då blir det dubbelt så större…å då kan man se att det är dubbelt så större.
I: Nu är jag inte riktigt med, vad är det som är dubbelt så större?
Elsa: Den här är jättelång, huset, (*pekar och visar*) dit är en meter och dit är en meter…
(Vi diskuterar kortet)
I: Om kortet hade varit så här litet då, men exakt samma hus och jag hade satt linjalen där… (*avbryts av Pia*)
Pia: Det beror på hur man tar kortet, tar man typ jättenära så behöver man en jättelång linjal och om kortet är litet så behöver man en liten linjal….

I denna grupp översatte de direkt att en centimeter på bilden motsvarade en meter i verkligheten. Hos ett annat par mätte den ena flickan i gruppen huset med den sidan av linjalen där skalan var inch och följande samtal fördes:

Kajsa: Den är 28 meter, det är huset, så det behövs en 28 meters stege då…
Mia: Mhh
I: Okej 28 meter, berätta hur ni kom fram till 28.
Kajsa: Jag sa att det här är meter på huset (*pekar på inch sidan på linjalen*)

Kajsa hävdade till sin kamrat att hon genom att använda den sidan av linjalen fick husets höjd i meter. Den andra flickan i gruppen protesterade dock senare i samtalet och fick henne att tänka om genom att säga att hon tyckte att de skulle använda centimetersidan av linjalen istället.

I de fall där vi inte fick förståelse för hur eleverna kommit fram till svaret eller där eleverna inte riktigt kunde motivera sina uttalanden, frågade vi efter något på bilden som de kunde uppskatta höjden på. Några elever fastnade då vid en dörrs höjd som de sedan utgick från medan andra valde att relatera till bilen och jämföra bilens höjd med sig själva och därifrån göra en uppskattning av huset. Vår fråga ledde i dessa fall till att eleverna antog en metod där de relaterade till något ur sin verklighet.

Elevernas diskussion och samarbete

I den del av problemlösningsprocessen som berör elevernas genomförande och tillvägagångssätt framkom kunskaper kring hur eleverna samarbetade och diskuterade. Det framkom också hur elevernas diskussioner ledde dem till att prova ny metod när den gamla inte fungerade eller hur de envist höll fast och diskuterade kring en metod och prövade sig fram om och om igen. Vilket följande är ett exempel på:

Elsa: (*lägger knappar och räknar*) ...1 2 3 där är det en flicka, det var en flicka, där var en flicka…
Pia: (*fortsätter lägga knappar och räkna*)… pojke, pojke, pojke, pojke…..en flicka…
Elsa: Det är 8 barn
Pia: Tänk om man gör så här då, det blir 1 2 3 … det är 19, 20 är det ju.
(*Räknar knapparna ihop igen och kommer fram till 19*)
Pia: Det är 8 barn det är 3 flickor och 4 pojkar
Elsa: Okej men tänk om det kunde va 3 flickor eller 4 flickor och 2 pojkar
Pia: Det går inte göra så då blir det ju typ 2 pojkar , det går att göra så här också…

Här är ett annat exempel från en grupp där den ena eleven hade en direkt uppfattning om hur högt huset ungefär kunde vara. När hon sedan skulle förklara för sin kamrat hur hon tänkt kom han med idén att de istället skulle använda sig av linjalen vilket flickan gick med på. De diskuterade hur omvandlingen skulle göras och började mäta med linjalen. Så här lät diskussionen:

Kalle: Vi kan kolla med linjalen… för om man ser en cm på kartan så är det en mil i verkligheten.
Stina: En mil kanske är tio cm på en mindre karta.
Kalle: Ja, ja det kanske det är
Stina: Fem centimeter kan vara en meter som kan vara där...

De mätte och diskuterade fram och tillbaka, men senare i diskussionen så återgick hon till ett för henne bekant verklighetsmått för att översätta centimeter till meter. Hon mätte till dörrens handtag och säger ”dit är det ungefär en meter”.

I genomförandet av uppgifterna uppstod samtal där eleverna diskuterade hur de skulle gå tillväga under tiden de löste uppgiften. Diskussionen utgick dock i de flesta fall från en metod som en i gruppen påbörjat. I vissa grupper samarbetade eleverna väldigt lite då de tog sig an problemet med olika metoder och vi upplevde att de visade vagt intresse av att ta del av varandras metoder. Vi fick dock hos ett av dessa par ta del av något intressant då vi bad flickan förklara för pojken hur hon tänkt. Hon började lägga upp knapparna i totalt sju tjej- och killhögar. När hon sedan började förklara lade han sig i och började räkna knapparna hon lagt ut. Flickan sa då irriterat att det inte var kulorna hon hade lagt ut men strax där efter sa hon att han hade gett henne en idé. Hon lade då ut knappar tills det blev 19 stycken i de sju högarna.

5.4 Elevernas förmåga att kontrollera sitt svar

I båda uppgifterna hade både våra frågor samt elevernas ifrågasättande av varandra en betydande roll för hur eleverna kontrollerade och reflekterade kring sitt svar. Det var därför svårt att få ut information kring elevens individuella förmåga att utföra denna kontroll.

En annan aspekt var att uppgifternas utformning hade betydelse för hur eleverna kunde reflektera och kontrollera sitt svar. I uppgift två kunde eleverna genom att gå tillbaka och se på informationen i uppgiften upptäcka att något i deras svar inte stämde. I följande citat flyttar Frida omkring knapparna och kommer fram till åtta högar som motsvarar antalet barn i ringen då Karin läser innantill från uppgiften och säger:

Karin: Sju barn sitter…, det är sju barn som sitter i en ring…
Frida: Sju… (*med frågande tonfall*)
Karin: Ja

Till skillnad mot uppgift två så krävdes det i uppgift ett att eleverna var medvetna om rimligheten i sitt svar då kontroll direkt utifrån informationen i uppgiften inte kunde göras. Här hade vi en viktig roll då vi var de som ifrågasatte deras svar. Det handlade många gånger om att de gav ett felaktigt svar som de inte själva reflekterade över.

5.5 Kort sammanfattning kring resultatet

Sammanfattningsvis har vi i resultatet kommit fram till att diskussion varit en förutsättning för att elevernas kunskaper och tankar har kunnat synliggöras för oss. Detta har vi speciellt upplevt då vi i vissa fall inte fått kännedom kring några elevers kunskap eftersom de inte samtalat med oss eller med varandra. I andra situationer var det svårt att utläsa elevens kunskap då den ena eleven omgående kom med ett realistiskt svar och den andre bara höll med.

Genom observation av elevernas tillvägagångssätt och genomförande av uppgifterna har vi fått god insyn kring delar av deras matematikkunskaper och samarbetsförmåga. Vi har till och med fått kännedom kring några elevers kunskap inom matematikområden som vi i förväg inte alls hade förväntat oss.

Vi har upplevt vikten av att följa upp elevernas resonemang genom att ställa frågor som fått dem att fundera i nya tankebanor eller reflektera kring sitt svar. Elevernas resonemang, förklaringar och frågor har gjort att deras kunskaper synliggjorts.

6 Diskussion

I detta avsnitt kommer vi att diskutera resultatet i förhållande till den litteratur och tidigare forskning vi beskrivit i bakgrunden. Resultatdiskussionen utgår från Polyas teori (2004) som i fyra steg beskriver problemlösningsprocessen. Därefter följer ett avsnitt kring de didaktiska konsekvenserna som en sådan problemlösningssituation kan ge, då vi vill diskutera om den enskilde elevens kunskap synliggörs för pedagogen i en sådan situation. Avslutningsvis diskuterar vi kring vad som kan ha påverkat vårt resultat samt förslag kring vidare forskning.

6.1 Resultatdiskussion kring problemlösningsprocessen

I studien har samtliga steg i Polyas teori studerats. För att tydliggöra resultatet väljer vi att diskutera varje steg för sig. Varje steg är lika viktigt för att pedagogen ska få en helhetsbild av elevernas individuella kunskap. Vad pedagogen kan få veta om sina elever genom detta arbetssätt kan variera i de olika stegen i problemlösningsprocessen. För att pedagogen ska kunna använda detta arbetssätt som en metod för att få information om den enskilde elevens kunskap så är det enligt Ahlberg (2001) en förutsättning att pedagogen ska kunna utröna vad i processen eller vilka kunskaper det är som eleven inte behärskar.

6.1.1 Förståelsens betydelse för lösningen av problemet

I problemlösningsprocessen är rätt förståelse av problemet en förutsättning för att lyckas lösa uppgiften. I de uppgifter som vi använt oss av i denna undersökning har vi utifrån resultatet funnit några svårigheter som ställde till det för flera grupper.

Vi kunde i resultatet utläsa att många elever hade svårt att tränga in i texten och utläsa vad som egentligen efterfrågades vilket Polya (2004) menar är en förutsättning för att lösa problemet. I den första uppgiften krävs ett abstrakt tänkande av eleverna, vilket blev fallgropen för många. Lester (1988) beskriver att sättet elever löser en uppgift på är beroende av de tidigare kunskaperna. Han menar att eleverna t ex kan fastna vid ett nyckelord i texten. Förmodligen fastnade eleverna vid orden ”hur lång” och förknippade dessa ord med mätning och omvandling. Dessa ord tillsammans med tillgången till en linjal gjorde att de förväntade sig kunna lösa uppgiften genom att mäta och omvandla.

För att kunna lösa en uppgift rätt så menar Polya (2004) att all information som har betydelse för uppgiften måste plockas ut. Det innebär att eleverna måste ha förståelse för vilken information som är relevant. Missas eller utesluts någon viktig del i problemet så ger det konsekvenser för den fortsatta processen. Detta fick vi erfara i den andra uppgiften där många missade att det var totalt sju barn i ringen. Elevernas fokus hamnade kring de 19 kulor som skulle delas upp och när kulorna fördelats blev det totala antalet barn i ringen för många. En anledning till att sjuan glömdes kan vara att denna uppgift bestod av mycket text och att den informationen gavs direkt i början av uppgiften.

Något annat som påverkade elevernas process i uppgift två var att de verkade ha fått en uppfattning om att fördelningen av tjejer och killar skulle vara jämn. Denna idé framkom hos flera grupper och vi vet egentligen inte varför den uppkom.

6.1.2 Elevernas planering av genomförandet

I vår undersökning har vi haft svårt att se hur eleverna har planerat sitt tillvägagångssätt. Detta beroende på att eleverna i de flesta fall gick direkt på genomförandet då en i gruppen ganska omgående tog kommandot och påbörjade en uträkning. Vi trodde att eleverna i större utsträckning skulle diskutera och fundera kring hur problemet kunde lösas då de är två personer med olika förkunskaper. Att det inte blev mer diskussioner kan bero på att eleverna inte är vana att prata matematik trots att stor tonvikt läggs vid detta i kursplanen för matematik (Skolverket 2000). De olika förkunskaperna borde även ha lett till olika idéer kring lösningen då Polya (2004) menar att de metoder eleverna använder sig av bottnar i problem de tidigare löst. Även Möllehed (1998) beskriver att en inledande fas i problemlösningsprocessen är elevernas sökande efter kunskaper som är relevanta för problemet.

6.1.3 Genomförandet utifrån elevernas plan

När eleverna arbetade med problemlösningsuppgifterna upplevde vi att de tyckte det var roligt och de var väldigt måna om att komma fram till en lösning. Polya (2004) menar att det är viljan att hitta en lösning som sporrar eleverna till att fortsätta försöka. Detta såg vi tydligt i problem två där eleverna envist prövade om och om igen. En grupp vägrade släppa uppgiften trots att rasten redan hade börjat.

Den metod som eleverna från början valde att utgå från fullföljdes av de flesta tills de insåg att den inte var hållbar längre. Eleverna gick då vidare och sökte efter en annan metod vilket Polya (1994) påvisar. Han beskriver hur eleverna går tillbaka till steg två när den valda metoden inte fungerar för att söka efter en annan passande metod.
De elever som i problemuppgift två använde sig av det laborativa materialet övergav aldrig riktigt metoden trots att den inte fungerade på ett tillfredsställande sätt. De försökte istället om och om igen. De valde att lösa problem två som ett processproblem vilket Charles & Lester (1982) beskriver som en problemlösningsuppgift där det är svårt att använda sig av en räkneoperation utan metoden blir istället t ex att gissa och pröva. Uppgiften hade även kunnat lösas som ett flerstegsproblem vilket enligt Charles & Lester är ett problem som kräver flera uträkningar eller metoder. Att lösa problemet i flera steg och med hjälp av olika räknesätt låg förmodligen för långt ifrån elevernas förståelse då ingen valde denna typ av metod. Polya (2004) beskriver att problemlösningsuppgifterna i skolan många gånger bygger på att eleverna kan välja en för dem bekant metod att lösa uppgiften med.

Malmer (1999) lyfter problematiken med att elever förknippar problemlösningar med strategier och modeller från matematikundervisningen. Hon menar att elever tappat sin förmåga att förutsättningslöst se på problemet och blir hindrade av sina inlärda kunskaper i matematiken. Detta kan vara en orsak till elevernas val att använda linjal för mätning och omvandling vid genomförande av uppgift ett. Eleverna hade svårt att förstå att det var en uppskattning de skulle göra och att det krävdes en koppling till ett bekant mått i verkligheten. De hade svårt att tänka i sådana abstrakta banor trots att dessa kunskaper egentligen fanns. I den här uppgiften fick vi i de allra flesta fall hjälpa eleverna genom att ställa frågor då vi visste att den tankebana eleverna kommit in på inte skulle hjälpa dem lösa uppgiften. Polya (2004) påvisar att det är viktigt att läraren kan ställa frågor som hjälper eleven att lämna den tidigare idén för att finna en annan metod. Han menar att frågan bör ställas så att eleven upplever det som att hon/han kommit på idén på egen hand. Vi frågade eleverna om det fanns något på bilden som de kunde uppskatta höjden på och den frågan fick eleverna att fokusera på mer detaljer i bilden och flera började då diskutera höjden på en bil eller dörr. Med detta som utgångspunkt kunde de sedan se kopplingen mellan bilden och verkligheten och därigenom göra en uppskattning av husets höjd.

Polya (2004) menar att det är viktigt att elevernas tankar hela tiden ifrågasätts för att synliggöra fallgropar och hitta nya vägar till lösningar. En av våra grundtankar med att eleverna skulle arbeta i par var att de genom sitt samtal med varandra skulle synliggöra sina tankar verbalt både för oss, sin kamrat men även för sig själv. Elevernas vinning av att arbeta i grupp belyser Malmer (1997) då hon menar att elevens tankar klargörs när eleven verbaliserar sina tankar. Även Ahlberg (2001) menar att genom frågor och diskussioner så blir eleverna medvetna om hur de tänker. I de situationer då eleverna i undersökningen inte alltid ställde så många frågor till varandra gick vi in med frågor. Vi blev därför delaktiga i processen och Polya menar är det är pedagogens uppgift att genom frågor leda eleverna framåt. Vid datainsamlingstillfället upplevde vi att de frågor vi ställde öppnade upp för diskussion mellan eleverna.

Där diskussioner väl förekom kring uppgifterna kunde elevernas kunskaper och tankebanor urskiljas. Dels genom att de förklarade för varandra men framförallt då de ifrågasatte varandras tankar och funderingar. Ett exempel på detta påvisa vi i resultatet där en pojke bara genom en liten kommentar får flickan till att komma på hur hon ska lösa uppgiften. Vi upplevde också situationer då det inte blev några diskussioner alls. Det yttrade sig genom att det var någon av eleverna i gruppen som snabbt gav ett realistiskt svar och den andre höll med. Detta fick oss att reflektera över det komplexa med gruppsammansättningen då detta inte gav oss någon information om den andre elevens kunskap och tankar. Det är svårt att veta om dessa elever låg för långt ifrån varandra eller om de kanske hade för jämn kunskapsnivå för att en diskussion skulle uppstå. Evenshaug & Hallen (2001) beskriver hur Vygotskij menar att eleverna bör samarbeta med elever som har annorlunda kunskaper kring det som ska läras. Vidare står det dock att kunskaperna bör finnas inom elevernas proximala utvecklingszon för att de ska kunna tillgodogöra sig kunskapen och vidareutvecklas kognitivt.

6.1.4 Elevers reflektion kring lösningen

Polya (2004) beskriver hur elever ofta struntar i att fundera kring om svaret är riktigt eller rimligt. I stället skyndar de vidare till nästa uppgift då de kommit fram till en lösning. Han menar att pedagogen har en viktig uppgift att lära eleverna att reflektera och analysera sitt svar. I vår undersökning fanns vi hela tiden med och ställde frågor vilket kan vara anledningen till att eleverna i vårt fall blev mer eller mindre tvungna att reflektera över sitt svar. Vi kunde även påverka att de jämförde sina svar med varandra. Svårigheten att kunna kontrollera och reflektera över sitt svar skiljer sig dock mellan de båda problemlösningsuppgifterna vi valt. I uppgift två kunde eleverna lättare kontrollera och analysera sitt svar genom att se att någonting inte stämde med informationen i uppgiften. I uppgift ett krävdes det däremot att de mer kunde se rimligheten i sitt svar. En av de faktorer som Lester (1988) menar har betydelse för problemlösningsförmågan är just att ha kontroll över det man gör och kunna utvärdera sina handlingar. När eleverna upptäcker att deras svar inte verkar riktigt beskriver både Polya (2004) och Möllehed (1998) att det är betydelsefullt för eleven att kunna röra sig fram och tillbaka i problemlösningsprocessen för att se var i uträkningen det brister. I vår undersökning är det svårt för oss att se elevernas individuella förmåga att upptäcka sina egna fel då både vi och kamraten fanns med och ifrågasatte.

6.2 Slutsats och didaktiska konsekvenser

Utifrån resultatet i denna undersökning har vi kommit fram till att pedagoger genom detta arbetssätt kan få djupare förståelse kring varje elevs kunskaper. En förutsättning för detta är att eleverna diskuterar och samtalar med varandra. För att denna viktiga diskussion ska uppkomma har vi kommit fram till att flera faktorer har betydelse.

För hur elevernas samarbete och diskussioner har gruppsammansättningen stor betydelse. I studien har vi kommit fram till att det inte är lätt att sätta ihop grupper då eleverna varken får vara för jämna eller för långt ifrån varandra kunskapsmässigt. Evenshaug och Hallen (2001) beskriver hur Vygotskij menar att en förutsättning för att eleverna ska få utbyte av varandra är att de måste kunna ge varandra olika infallsvinklar samt kunna ifrågasätta varandras tankar och idéer. Vi valde att sätta samman elever i par som var jämna kunskapsmässigt enligt klasslärarna. Det visade sig vara både positivt och negativt. I vissa fall fick vi givande samtal att lyssna till där elevernas kunskaper synliggjordes och i andra fall var det svårt att utläsa den enskilde elevens kunskap då ingen diskussion uppstod. Anledning till varför diskussionen ibland uteblev kan det bara spekuleras kring men det visade tydligt på hur viktigt samtalet är för att elevens kunskap ska bli synlig för pedagogen.

Vidare är valet av uppgift avgörande för hur diskussionen mellan eleverna blir. Det framkom tydligt i undersökningen att uppgiftens utformning påverkade elevernas diskussioner. Även svårighetsgraden på uppgifterna är av betydelse för hur problemlösningsprocessen ser ut. Ahlberg (1995) menar att en uppgift inte är ett problem för de elever som direkt ser svaret. Samtidigt påpekar hon att samma uppgift kan vara ett problem för en annan elev. I vår undersökning såg några elever svaret på den tilldelade problemlösningsuppgiften direkt medan andra hade större problem att lösa dem.

Det är viktigt att uppmärksamma pedagogens roll vid problemlösningsprocessen. Trots att eleverna kan ta hjälp av varandra så har ändå pedagogen huvudansvaret att se till så att alla elever kan tillägna sig kunskap. Löwing (2006) beskriver betydelsen av detta vilket fått oss att inse innebörden av att pedagogen bör vara delaktig genom hela problemlösningsprocessen. Vi märkte i studien hur några elevers tankar förändrades under processen och om vi inte hade varit med under hela försöket så hade vi inte fått ta del av detta. Det innebär att pedagogen kan missa intressant information om elevernas utveckling. Utifrån detta blir slutsatsen att det är en stor fördel om pedagogen väljer att studera en grupp elever per tillfälle för att få ut så mycket som möjligt ur problemlösningsprocessen.

I studien har vi tydligt sett hur frågor kan bli ett stöd i elevernas tankeprocess. Polya (2004) anser att eleven själv, kamraten eller pedagogen kan vara den som ställer frågor och vi stämmer in i denna åsikt. Vid datainsamlingstillfället så fick vi en betydelsefull roll genom att vara med och leda eleverna med hjälp av frågor då de var fel ute. Det har även funnits tillfällen där vi sett hur eleverna har påverkat varandras tankar. Detta beskriver även Ahlberg (2001) då hon menar att elevens förståelse kan ändra när de ställer frågor, förklarar eller tar del av andras tankar.

Vi är övertygade om att elever som ofta ställs inför matematiska problem av olika karaktär ser mer öppet på problemen och att de i större utsträckning vågar framställa sina idéer. Därför anser vi att återkommande övning i problemlösning är en förutsättning för att få en större pedagogisk vinning och utifrån detta arbetssätt kunna individanpassa undervisningen.

6.3 Diskussion kring datainsamlingsmetoden och problemlösningsuppgifterna

Det finns flera aspekter som kan lyftas vid frågan vad som kan ha påverkat resultatet. Framför allt så är det ingen naturlig situation för eleverna vilket kan bidra till att de blev nervösa och inte diskuterade på samma sätt som de skulle ha gjort annars. Andra aspekter är att vi inte har tagit hänsyn till elevernas vana att arbeta med problemlösningsuppgifter och att det kan ha funnits faktorer som påverkat den enskilde elevens prestation.

Eleverna som varit med i denna undersökning kan även ha påverkats av vår närvaro. I Barnes och Todds studie (1977 i Ahlberg, 1991) beskrevs hur eleverna i pedagogens frånvaro använde sig av varandras resurser i större utsträckning. Utifrån detta kan vårt resultat diskuteras med tanke på vår delaktighet i problemlösningen. Vi kan inte veta om eleverna hade löst uppgifterna med mer hjälp av varandra om vi inte varit där. Nu fanns vi med och ställde många frågor kring hur de tänkte och vi ledde även in dem på andra banor när de var fel ute, vilket Barnes och Todd kom fram till att eleverna gjorde själva när pedagogen inte närvarade.

Diskussionerna kring de problemlösningsuppgifter vi valt blev inte så omfattande som vi trott. Vi hade hoppats på vidare diskussioner kring varför eleverna valde en viss metod. Den första problemuppgiften där eleverna skulle uppskatta höjden på huset trodde vi att skulle leda till ett bra samtal mellan eleverna eftersom Ahlberg (1995) uppmanar till denna typ av problem med en öppnare lösning, om det är diskussion och samtal som eftersöks. Utifrån resultatet ser vi istället en större diskussion kring problem två. Här kretsade dock resonemanget snarare kring förändringar inom metodvalet än om vilka olika metoder som kunde användas för att komma fram till ett svar.

Något som kan ha påverkat elevernas metodval i problemuppgift ett är att det fanns en linjal tillgänglig på bordet. Vi trodde inte att linjalen skulle få så stor betydelse som den fick då fem av åtta grupper använde sig av den. Vår tanke med linjalen var att det skulle finnas olika sorters material som eleverna kunde använda sig utav i problemlösningsprocessen. Att sedan en centimeter på bilden stämde och kunde motsvara en meter i verkligheten var inget medvetet val från oss och gjorde att elevernas kunskaper blev svåra att utläsa.

6.4 Vidare forskning

Förslag till fortsatt forskning är att undersöka skillnaden i diskussionerna i en klass där de arbetat mycket med problemlösning och jämföra deras resultat med en klass där enskilt arbete i matematikboken är övervägande. Detta för att se huruvida vanan att arbeta med matematiska problem påverkar problemlösningsprocessen.

En annan intressant infallsvinkel för en undersökning skulle kunna vara att sitta med som icke deltagande observatör när elever arbetar med en problemlösningsuppgift tillsammans med sin pedagog. Detta för att se hur olika pedagogers roll ser ut i problemlösningsprocessen.

Vi skulle även tycka att det skulle vara intressant att studera pedagogernas tankar bakom användandet av problemlösningar i matematiken.

Tack!

Avslutningsvis vill vi tacka alla som på något sätt hjälpt oss att göra studien genomförbar.

7 Referenslista

Ahlberg, A. (1991). Att lösa problem i grupp. I G, Emanuelsson, B, Johansson & R, Ryding (red.). *Problemlösning.* (s 85-98). Lund : Studentlitteratur.

Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur.

Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.

Barnes, D. & Todd, F. (1977). *Communication and learning in small groups.* London: Routledge & Kegan Paul.

Bell, J. (1995). *Introduktion till forskningsmetodik.* Lund: Studentlitteratur.

Björkdahl-Ordell, S. (2007). Kvantitativ data och forskningsansats. I J, Dimenäs. (red.). *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik.* (s192-219). Stockholm: Liber AB.

Björkqvist, O. (2001). Matematisk problemlösning. I B, Grevholm (red.) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur.

Charles, R. & Lester, F. (1982). *Teaching problem solvning: what, why and how*. Polo Alto, CA: Dale Seymour publications.

Dovemark (2007). Etnografi som forskningsansats. I J. Dimenäs (red.). *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik.* (s134-156). Stockholm: Liber AB.

Doverborg, E. & Pramling, I. (1991). *Att förstå barns tankar. Metodik för barnintervjuer.* Uddevalla: Almqvist & Wiksell.

Emanuelsson, G., Johansson, B., Nilsson, M., Olsson, G., Rosén, B., & Ryding, R (Red.).(1995). *Matematik -ett kärnämne*. Göteborg: Författarna och Nämnaren.

Evenshaug, O & Hallen, D. (2001). *Barn- och ungdomspsykologi*. Lund: Studentlitteratur.

Gran, B. (1998). Matematik på elevens villkor. I.B.Gran (Red.).*Matematik på elevens villkor.* (s.11-22). Lund: Studentlitteratur.

Holme, I, M & Solvang Krohn, B. (1997). *Forskningmetodik – om kvalitativa och kvantitativa metoder.* Lund: Studentlitteratur.

Kihlström, S. (2007). Intervju som redskap. I J. Dimenäs (red.). *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik.* (s47-69). Stockholm: Liber AB.

Kihlström, S. (2007). Observations som redskap. I J. Dimenäs (red.). *Lära till lärare. Att utveckla läraryrket - vetenskapligt förhållningssätt och vetenskaplig metodik.* (s30-46). Stockholm: Liber AB.

Lester, F. (1988). Teaching mathemetical problem solving. I.G.Emanuelsson, G. Holmström, B. Rosén, R.Ryding (Red.). *Nämnaren*, (3), 32-42.

Laurillard, D (1998). Att lära genom problemlösning. I F. Marton, D. Hounsell, & N. Entwistle (red.). *Hur vi lär*. Stockholm: Rabén Prisma.

Löwing, M. (2006). *Matematikundervisningens dilemman. Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet.* Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G. (1996) Matematik för alla. I G. Malmer & B. Adler. *Matematiksvårigheter och dyslexi.* Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G.(1999). *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.

Möllehed, E.(1998). Kognitiva faktorer vid lösning av matematiska problem. I.B.Gran (Red.).*Matematik på elevens villkor.* (s.125-150). Lund: Studentlitteratur.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik. En studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9.* Lärarhögskolan i Malmö; Instutitionen för pedagogik.

Nationalencyklopedin (2007). *Nationalencyklopedin på Internet.* URL: http://www.ne.se/ [dokumentet laddades ner 2007-11-09].

Nationellt centrum för matematik (2007). *Uppslaget*. URL: http://ncm.gu.se/node/652 [dokumentet laddades ner 2007-11-15].

Patel, R., & Davidson, B. (1994). *Forskningsmetodikens grunder. Att planera, genomföra och rapportera en undersökning.* Lund: Studentlitteratur.

Polya, G. (1981). Mathematical Discovery. *On understanding, Learning and Teaching Problem Solving.* Combined Edition. New York: John Wiley & Sons.

Polya, G. (2004). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.

Skolverket (2000). *Grundskolans kursplaner och betygskriterier.* Stockholm: Skolverket & Fritzes.

Skolverket (2004). *Nationell utvärdering av grundskolan 2003 - huvudrapport svenska/svenska som andraspråk, engelska, matematik och undersökningen i åk 5 (NU-03)* Stockholm: Skolverket & Fritzes.

Svensson, P-G & Starrin, B. (1996). *Kvalitativa studier i teori och praktik.* Lund: Studentlitteratur.

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer: inom humanitisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Utbildningsdepartementet (1994) *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshem*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Bilaga 1

Hej föräldrar!

Vi är två studenter från högskolan i Borås som läser sista terminen på lärarutbildningen. Under denna termin ska vi skriva ett examensarbete som kommer att handla om vilka strategier elever använder sig av när de ska lösa ett matematiskt problem. Vår tanke är att eleverna i grupper om två, tillsammans ska lösa en matematikuppgift. Vi kommer att sitta med och studera hur de går tillväga samt ställa frågor kring hur de tänkt. Intervjuerna spelas in på band för att vi ska kunna gå tillbaka och analysera vad som sagts. För att kunna genomföra detta krävs ert medgivande. De elever som deltar i vår undersökning kommer självklart att vara anonyma till både namn och skola. Eleverna bestämmer själva om de vill vara med och kan när som helst avbryta deltagandet.

Undersökningen kommer att utföras under vecka 46-47, men vi skulle uppskatta att få in svarstalongen redan nu eftersom vi gör slutpraktiken på skolan under de kommande två veckor.

Vi hoppas på att få se många kreativa och intressanta lösningar.

Med vänliga hälsningar
Anna och Josefina

Om ni har några frågor så tveka inte att kontakta oss.

Anna Wahlgren
Josefina Jalminger

Barnets namn: ____

☐ Ja, mitt barn får delta i intervju

☐ Nej, mitt barn får inte delta i intervju

Föräldrarnas underskrift: ______________________________________

Bilaga 2

Ni ska byta ut trasiga tegelpannor högst upp på taknocken.
För att komma upp på taket behöver ni låna en stege.
Ungefär hur lång måste stegen vara?

Hur vet ni det?

Bilaga 3

Sju barn sitter på golvet i ring. De spelar ett spel med en speciell regel. Regeln är att: flickor ska lägga tre kulor och pojkar ska lägga två kulor framför sig på golvet. När alla har lagt ut sina kulor ligger det 19 kulor där.

Hur många pojkar och hur många flickor sitter i ringen?

HÖGSKOLAN I BORÅS
501 90 Borås
Telefon 033 - 435 40 00