



Rapport från Centrum för lärande
och undervisning

NR 3:2002

Försöksprojekt i matematik vid Ingenjörshögskolan i Borås

Anders Bengtsson, Jim Arlebrink och
Mats Desaix

Försöksprojekt i matematik vid Ingenjörshögskolan i Borås

Anders Bengtsson, Jim Arlebrink och
Mats Desaix

Förord

På några få år har villkoren för den högre utbildningen i Sverige förändrats på ett så genomgripande sätt att det är nödvändigt att radikalt ompröva hävdvunna tänkesätt och arbetsmetoder. Antalet studenter har mer än fördubblats sedan expansionen inleddes i början på 90-talet. Högskolans uppdrag har breddats och förväntningarna på högskolans bidrag till samhällets utveckling har skruvats upp till nästan orimliga nivåer. I andra länder t.ex. USA och Australien inleddes denna process långt tidigare och man har haft lång tid att anpassa den högre utbildningens innehåll och arbetssätt till en situation där högre utbildning är en självklarhet för stora delar av befolkningen och inte en exklusiv verksamhet för ett privilegierat fåtal. I Sverige har omställningen gått mycket snabbt och under inflytande av den beredskapsstämning som rådde under de ekonomiska krisens svåraste år i mitten på 90-talet.

De allra flesta studenter betraktar numera sin högre utbildning som en yrkesförberedande utbildning. Ofta talar man om högskolan som en "skola" och om övriga studenter som "elever". Synen på hur det går till att studera förs vidare från gymnasiet med dess väl inrutade värld och meritfokuserade läsning. Man förväntar sig en undervisning där läraren lotsar och lägger tillräkta. Många blir vilslna när de ställs inför krav på stor självständighet, egna initiativ och en väl utvecklad självdisciplin. Till detta kommer att en växande andel av studenterna har bristfälliga förkunskaper i centrala basämnen som matematik och språk.

Dessa förändrade villkor är en av utgångspunkterna för det ambitiösa försök till förnyelse av undervisningen i matematik, som redovisas i dessa rapport. En annan utgångspunkt är författarnas syn på vad det innebär att utveckla kunskap och kompetens i matematik.

Bengtsson, Arlebrink och Desaix, som alla är erfarna lärare i matematik inom ingenjörsprogrammen vid Högskolan i Borås, inleder sin rapport med att tämligen ingående redovisa tankegångarna bakom försöket. De redogör därefter ingående för försökets uppläggning, förlopp och resultat. Det skall genast sägas att resultaten trots det omfattande förarbetet blev mycket nedslående och framför allt visar på svårigheterna i det förändringsprojekt de tre matematiklärarna givit sig i kast med. Det hade varit begripligt om de tre lärarna valt att dra en barmhärtighetens slöja över eländet och återgått till gamla beprövade arbetssätt. Nu har de lyckligtvis valt en annan väg och har haft mod och styrka att redovisa och analysera processen från idéer till resultat. Genom sin rapport lämnar de nu en viktigt bidrag till det fortsatta förnyelsearbetet. En analys av ett misslyckat försök kan många gånger vara mer lärorikt än redovisningen av en stor framgång.

Svårigheterna att själv upprepa andras pedagogiska succéer visar detta. Det viktiga är inte att redovisa vare sig framgång eller misslyckande, utan att redovisa förnyelseförsökens idéer, genomförande och resultat på ett sådant sätt att andra lärare och studenter kan förstå vad som faktiskt hände och dra nytta av detta i sin egen verksamhet.

Anders Fransson

Vetenskaplig ledare för CLU

Innehållsförteckning

FÖRORD	1
1. INLEDNING	4
2. MOTIVERING OCH TEORETISK BAKGRUND TILL FÖRSÖKET	6
2.1 Konstruktivistisk kunskapssyn	6
2.2 Yta och/eller djup	7
2.3 Metakognition	7
3. BESKRIVNING AV FÖRSÖKET	8
3.1 Lektionerna	8
3.2 Projektuppgifter	11
3.3 Virtuellt klassrum	12
3.4 Studiegrupper	13
3.5 Veckoblad	13
4. VAD SOM HÄNDE UNDER PERIOD 1	14
5. VAD SOM HÄNDE UNDER PERIOD 2	16
6. VAD SOM HÄNDE UNDER PERIOD 3	17
7. ENKÄTSVAREN OCH NÅGRA ORSAKER TILL RESULTATET	18
8. NÅGRA SLUTSATSER OCH RESONEMANG	21
9. NÅGRA KOMMENTARER TILL DEN PEDAGOGISKA DISKUSSIONEN	25
Referenser	38

1. INLEDNING

Under läsåret 00/01 genomfördes ett undervisningsexperiment i matematik vid Ingenjörshögskolan i Borås. En klass av dataingenjörsstudenter valdes slumpmässigt¹ ut bland förstaårsstudenterna för ett försök att testa ett antal förändringar av den grundläggande matematikundervisningen i årskurs 1.

Denna rapport beskriver försöket, dess planering, genomförande, utfall samt studenternas kursutvärdering. Låt oss inledningsvis nämna att försökets omfattning, både vad gäller antalet inblandade studenter och den tid det sträckte sig över, var alltför begränsad för att några vetenskapliga slutsatser ska kunna dras. Snarare är det så att processen från planering, över genomförande, till utvärdering har givit upphov till omfattande diskussioner om pedagogik, innebörden av akademiska studier och studenttänkande bland oss medverkande lärare. Tidigare erfarenheter av undervisning har därtill färgat rapportens slutsatser.

Rapporten innehåller vidare en ganska omfattande kommentar till den pedagogiska diskussionen inom högskolevärlden, till stor del föranledd av våra erfarenheter från försöket.

De kurser som ingick i försöket var Matematik I och II samt Transformteori. Dessa kurser gavs i period 1, 2 och 3 under årskurs 1. Period 1 och 2 infaller under höstterminen, ungefär september - oktober respektive november - december. Period 3 infaller under vårterminen, ungefär februari - mars. Samtliga kurser omfattar 5 poäng. I appendix 3 återfinns en beskrivning av kursernas innehåll.

Tre lärare var inblandade: Anders Bengtsson, Jim Arlebrink samt Mats Desaix som undervisade i klassen var sin period i denna ordning. Initiativtagare till projektet var Anders Bengtsson.

En idé bakom projektet var att testa generaliserbarhet. Det var vårt intryck att många pedagogiska förnyelseprojekt drivs av eldsjälar. Detta borgar visserligen för herkuleiska ansträngningar, men är inte kännetecknande för fortvarighetstillståndet i den akademiska grundutbildningen. För att en förnyelse ska kunna slå genom, så måste den, föreföll det oss, kunna generaliseras. Med detta menar vi att det (mer eller mindre nya) undervisningssättet måste vara (nästan) lika lätt att gå in i för en lärare som det nuvarande sättet. Detta är bakgrunden till att tre oli-

¹ Trettiofyra studenter valdes ut av de registrerade till dataingenjörsprogrammet i bokstavsordning med början på A. Såvida ingen korrelation föreligger mellan namn och studieresultat bör detta vara någorlunda slumpmässigt.

ka lärare var inblandade. Vi vill testa idéerna under normala förhållanden och med normala resurser.

Man måste acceptera att läraryrket trots allt är just ett yrke, eller ett arbete. Detta arbete vill man utföra så bra som möjligt givet de resurser som står till buds. Vi ser inte lärararbetet som ett kall eller en mission. Med stora utbildningsvolymmer måste man därför finna effektiva undervisnings- och studieformer som tar till vara både studenters och lärares kompetenser så bra som möjligt. Man kan dock inte göra sig beroende av extraordinära arbetsinsatser eller extraordinär entusiasm. Detta låter kanske krasst, vi ser det snarare som en realistisk syn på en verksamhet som har mycket stor betydelse för samhället och som därför måste bedrivas med långsiktig kvalitet i fokus, inte plötsliga utbrott av entusiasm.

2. MOTIVERING OCH TEORETISK BAKGRUND TILL FÖRSÖKET

Det är allmänt känt bland matematiklärare att förkunskaperna hos de studenter som antas till tekniska högskoleutbildningar har försämrats under andra halvan av 90-talet [1]. Bristerna yttrar sig på flera plan:

- Brister i räknefärdighet
- Bristande förståelse av matematiska begrepp
- Bristande förmåga att läsa matematisk text och uttrycka sig korrekt
- Bristande förmåga att lösa sammansatta problem som kräver flera moment

De studenter som antas uppvisar ett brett spektrum av förkunskaper och förmågor. Problemen har givetvis i varierande utsträckning alltid funnits hos en del studenter, men har accentuerats under senare år bland annat på grund av det ökade intaget till tekniska utbildningar. Grunden till problemen hänförs ofta i debatten till grundskola och gymnasium. Målet för högskolan måste dock vara att från den grund de nya studenterna står på, lyfta dem upp till den nivå som anges i högskolans kursplaner för matematik.²

I bakgrunden till försöket fanns dessutom en kritik [2] av föreläsnings- och övningsmetodiken, främst detta att studenterna skriver av tavlan men (och bland annat just därför) inte förmår följa med i föreläsarens och övningsledarens resonemang [3]. Examinationens styrande roll diskuterades också och då speciellt tentamenspluggandet.

En annan bakgrund till försöket var en diskussion av högskolepedagogik och speciellt matematikdidaktik. En svårighet med all didaktisk diskussion tycks vara att frågorna är många fler än svaren. Forskningen i matematikdidaktik är omfattande men några enkla svar finns tyvärr inte att tillgå [4].

Några grundläggande, mycket generella, idéer vi valde att stödja oss på beskrivs kort nedan.

2.1 Konstruktivistisk kunskapssyn

Inläring handlar inte i första hand om att förmedla ett visst stoff eller en viss kunskap, människor lär sig inte genom att assimilera kunskap som någon annan

² Det bör påpekas att de förkunskaper som avses här är de som är nödvändiga för att kunna tillgodogöra sig en *traditionell* ingenjörsmatematik, vilket i stort sett består av envariabelanalys, linjär algebra, transformer och eventuellt flervariabelanalys och vektoranalys. Vi diskuterar inte i vilken utsträckning kurser av denna art är relevanta för dagens ingenjörer, eller hur ett alternativt kursutbud skulle kunna se ut.

förelägger dem, hur pedagogiskt det än görs, framförallt inte i begreppsmässigt svåra ämnen som matematik. Kunskap måste konstrueras i det egna huvudet, och detta är ett intellektuellt arbete som kräver engagemang och ofta ett hårt slit, man måste helt enkelt arbeta aktivt med materialet. Detta vet naturligtvis alla som undervisar i matematik. Problemet vi såg var att den gängse organiseringen av undervisningen med föreläsningar och räkneövningar inte är optimerad mot en konstruktivistisk kunskapssyn. [5]

2.2 Yta och/eller djup

Didaktiska metoder har en tendens att på sikt trivialiseras när studenterna genomskådar dem och de blir rutin för lärarna. Studenterna koncentrerar sig på de yttre attributen - de uppfyller de explicita kraven; löser uppgifterna, skriver en redovisning etcetera. Det blir produkten som fokuseras. Inte det läraren tänkt sig - nämligen processen. Detta är intimt förknippat med examinationen som ofta fokuserar på det enkelt mätbara - alltså på produkten. [6]

2.3 Metakognition

Begreppet [7] används på flera olika sätt men med en gemensam faktor är att reflektera på ett aktivt sätt över det egna tänkandet. I matematiksammanhang kan det innebära att reflektera över det egna studiesättet, reflektera över matematikens natur och när det gäller problemlösning kan det innebära kontroll och övervakning av problemlösningsprocessen.

Sammanfattningsvis, försöket gick ut på att på en grundval av empiri om yt- och djupstudier, en konstruktivistisk kunskapssyn och en teoretisk diskussion av metakognition i matematikstudier, söka motivera studenterna till aktivare matematikstudier. Vi ville pröva metoder att effektivisera interaktionen mellan lärare och student. Vill man beskriva försökets grundidé i en mening så skulle det kunna vara: Undervisning explicit grundad i en teori om metakognition och konstruktivistisk kunskapssyn.

3. BESKRIVNING AV FÖRSÖKET

I det följande avsnittet beskrivs försökets intention, d.v.s. hur det var tänkt att fungera. Således står alla verb i presens eller futurum. Det faktiska utfallet beskrivs längre fram i rapporten. På detta sätt undviker vi att skapa förvirring över vad vi ville uppnå och vad vi faktiskt uppnådde.

Grundidén är i korthet att söka bygga upp en fastare struktur för matematikstudierna med fler och mer varierade arbetsformer, samt ett fokus på metanivån - d.v.s. vad matematikstudier är och vad matematik är. En strävan är att göra mötet mellan student och lärare mer effektivt ur inlärningssynpunkt. Tanken är att, eftersom problemen med bristande förkunskaper inte kan lösas på kort sikt genom mera övning, måste man istället tänka sig att man startar en process hos den enskilde studenten under de två första perioderna i årskurs 1 som sedan får verka ut under en längre period, i första hand under hela första året. En omedelbar konsekvens av detta synsätt är att man inte kan låta examination i form av tentamen komma in och störa denna process, i vart fall inte alltför tidigt. Tentamen tenderar att befördra ytinriktade studiesätt - något som går helt på tvärs mot idén med försöket som syftar till djupinlärning och metakognition. Istället vill vi utforma examinationen så att den kan ge ett stöd åt projektets grundtanke.

Traditionellt är akademiska studier inom ingenjörsutbildningar i hög grad fria och självständiga, obligatoriska moment inskränker sig till laborationer och inlämningsuppgifter. Undervisningen är med några undantag inte obligatorisk. Det finns ett stort egenvärde i denna akademiska frihet och pedagogiska reformer riskerar lätt att införa mer kontroll och övervakning av studenterna, ett slags gymnasifiering, som vi inte eftersträvar. En utmaning för projektet är att aktivera och engagera studenterna utan att införa fler obligatoriska moment, bortsett från vad som dikteras av examinationen.

I det följande går vi genom hur vi tänker oss bygga upp undervisningen med lektioner, projektuppgifter, virtuellt klassrum, studiegrupper och veckoblad.

3.1 Lektionerna

Undervisningen genomförs i lektioner i form av teoriseminarier, räkneövningar, samt problemlösning.

Idén är att tydligt separera dessa tre moment i matematikstudierna; att försöka förstå matematikens teoretiska sida, att träna upp den rena räknefärdigheten, samt problemlösning i mer komplexa situationer. Naturligtvis hänger dessa tre

moment samman. Avsikten är inte att dessa moment ska leva separata liv, snarare att samspelet mellan teori, räkneregler och problemlösning ska kunna göras mer medvetet för studenterna genom att höja alla tre momentens profil.

- **Teoriseminarier**

Studenterna ska enskilt och i grupp studera momentets teori i kursboken, material upplagt i ett virtuellt klassrum och eventuellt annat nätburet material. Varje grupp ska till varje seminarium ha förberett åtminstone en fråga kring teorin. Läraren tar dessa frågeställningar som utgångspunkt för förklaringar/diskussioner. Aktivt deltagande är en del av examinationen.

Här är ett försök att ge en modell för hur teoriseminarier skulle kunna bedrivas. För att bygga upp förståelsen för den matematiska teorien tänker vi oss ett växelspel mellan hemarbete och diskussioner på teoriseminarier. Viktiga teoriavsnitt kommer att kräva ett flertal lektioner. Vi tänker oss att ett moment, exempelvis derivator behandlas.

Lektion 1	<ul style="list-style-type: none"> • Minnesinventering (studenterna) • Överblick (läraren) • Kognitiv rot eller begreppsmässig bas • Central problemställning
Mellantid	• Studenterna läser hemma, förbereder frågor
Lektion 2	• Frågor & diskussioner/ ”kortföreläsning”
Mellantid	• Studenterna läser hemma, förbereder frågor
Lektion 3	• Frågor & diskussioner/ ”kortföreläsning”
Mellantid	• Studenterna läser hemma, förbereder frågor
Lektion 4	• Frågor & diskussioner/ ”kortföreläsning”

- **Räkneövningar**

Här övas grundläggande räknetekniska färdigheter, d.v.s. att kunna alla räkne-regler och använda dem korrekt och veta när de kan utnyttjas.

Denna del av lektionerna är relativt oproblematiske och kan i en första approximation bedrivas som idag. Läraren demonstrerar ett antal uppgifter:

- poängterar viktiga räknelagar som appliceras
- lär ut förenklande ’knep’ och ’trick’
- lär ut bruket att definiera införda beteckningar och motivera lösningsteg som inte är uppenbara

- lär ut ett korrekt bruk av matematikens språk, speciellt bruket av likhets-tecknen, implikationstecken mm

I allmänhet lämnas dessutom tid för studenterna att räkna själva. Läraren svarar på frågor och ger hjälp.

• **Problemlösning**

Här studeras mer komplexa problem som kräver att kunskap från ett flertal områden av matematiken sätts samman och att lösningsstrategier kan överblickas i flera steg framåt.

Schoenfeld [8] diskuterar problemlösning inom matematik i termer av följande fyra kategorier.

1. Kunskapsbasen (Resources)

Minnets innehåll.

Minnet spelar en central roll. Vad minns studenten från sina studier av matematik och hur kan kunskaper i minnet appliceras på problemet? När man diskuterar minnets innehåll måste man vara medveten att minnet (i allmänhet) innehåller felaktig kunskap. Man 'minns fel', har lärt sig fel eller glömt någon avgörande aspekt.

Tillgång till minnets innehåll.

Det är inte säkert att all kunskap är tillgänglig, eller kan tas fram för att appliceras på ett problem. Man kanske egentligen har eller besitter den relevanta kunskapen, men inser inte att den kan användas.

2. Strategier (Heuristics)

Problemlösningstekniker kan parametreras på ett flertal olika sätt. Klassikern är Pólyas "How to Solve It" [9]. Alla Pólyas knep är egentligen i sin praktiska tillämpning starkt beroende på problemets karaktär. Enbart erfarenhet hjälper.

3. Övervakning och kontroll - metakognition (Monitoring and Control)

Det har gjorts studier över hur professionella matematiker och studenter använder tiden under problemlösning (se ref 8). Följande typer av verksamhet klockades:

1. Läsning av problemställning (Read)
2. Analys av problemet (Analyze)
3. Undersökningar, typ beräkningar, härledningar, prövningar (Explore)

4. Planering (Plan)
5. Genomförande av plan (Implement)
6. Verifiering (Verify)

Kanske inte så förvånande visade studierna att studenter i allmänhet efter en någon minut av läsning (1) kastade sig in långa undersökningar (3) upp till 20 minuter, i allmänhet utan att kunna lösa problemet. Matematiker däremot visade upp ett annat mönster. Mycket tid lades på analys (2), inte så mycket på undersökningar (3), sedan lades tid på planering (4) och genomförande (5) och slutligen verifiering (6). Matematikerna växlade dessutom i allmänhet mellan dessa aktiviteter, ungefär i mönstret: (1) - (2) - (4) - (5) - (2) - (3) - (4) - (5) - (6), beroende på hur problemlösningen framskred. Detta är ett tecken på att den vane problemlösaren, parallellt med det faktiska mentala arbetet på problemet, även arbetar på en metanivå med övervakning och kontroll av processen.

4. Inställning till vad matematik är (Belief)

Det är förstås inte lätt att veta vad våra nya studenter har för syn på matematikens natur, men den överensstämmer troligen inte med akademiska matematikers och lärares.

3.2 Projektuppgifter

Under terminens gång ges ett antal projektuppgifter som en del av examinationen.³

Två är av metakaraktär och ges alldeles i början av period 1:

1. Hur studerar jag Matematik?

Uppgiften är att reflektera över och skriva om det egna studiesättet.

2. Vad är Matematik?

Uppgiften är att läsa några artiklar om matematikens natur och skriva en reflektion. Artiklarna är: G.H.Hardy "A Mathematicians Apology" ("En matematikers försvarstal") [10] samt Solomon W. Golomb "Mathematics after 40 Years of Space Age" [11]. Reflektion över vad matematik är.

³ Ursprungligen var det tänkt att ta bort tentamina helt och hållet, alternativt flytta tentamina till årskurs 2, detta för att minska tentaminans tendens att styra mot ytstudier. Efter diskussioner med kollegor valde vi dock att examinera 5 p i form av projektarbeten under höstterminen samt 5 p som en sluttentamen täckande hela matematik I och II. Transformteorikursen examinerades i form av en tentamen efter period 3.

De två följande projekten fokuserar själva kursinnehållet och sträcker sig över hela höstterminen:

3. Derivator och integraler.

Uppgiften är av redovisande karaktär, att redovisa skriftligt vad man lärt under Matematik I. Detta projekt innehåller teoretiska moment, historiska/biografiska element samt problemlösning.

4. Trigonometriska funktioner.

Uppgiften är en självstudieuppgift. Hela kursmomentet trigonometriska funktioner ska studeras självständigt och redovisas skriftligt.

Till samtliga uppgifter finns utförliga instruktioner. Redovisningsformatet är skriftligt men i övrigt helt fritt. Fokus ligger på matematiken, inte på redovisningens grafiska form eller formella struktur.

De två första uppgifterna fokuserar alltså på metanivån medan de senare inriktar sig på det matematiska kursinnehållet. Gemensamt för redovisningarna är *att* studenterna får välja form fritt (alltså ingen mall!). Än viktigare är att under projekt 3 och 4 får studenterna själva välja problem, satser och bevis att redovisa. Detta för att i möjligaste mån undvika ytinriktning med fokusering på produkten.

3.3 Virtuellt klassrum

Kursen organiseras och stöds av ett virtuellt klassrum innehållande bland annat:

- kursplan och studiehandledning,
(Studiehandledningen är här av central vikt eftersom det är avgörande att varje student förstår poängen med kursupplägget.)
- kompletterande teorimaterial
- övningsuppgifter som tränar räknefärdighet inom de olika momenten
- projektuppgifter enligt ovanstående specifikation
- ett fåtal kvalitetsäkrade länkar till extramaterial
- studentregistrering och resultatregistrering
- mail- och konferensmöjligheter
- studiemål

3.4 Studiegrupper

Försök görs med att dela upp klassen i ett antal studiegrupper om fyra studenter i varje. Dessa är tänkta att fungera som diskussions- och arbetsgrupper. Några grupparbeten finns inte i försöket. Studenterna uppmuntras att diskutera och samarbeta men alltid redovisa enskilt. Detta för att undvika baksätesstudier.

3.5 Veckoblad

Studenterna kommer troligen att vilja anteckna under lektionerna, speciellt under teoriseminarier och problemlösningsektioner. Mot bakgrund av vad som sagt ovan om antecknandets negativa inverkan för förståelse av lärarens framställning, genomförs ett veckobladssystem. Studiegrupperna får var sin vecka ansvara för att anteckna under lektionerna, sammanställa anteckningarna och kopiera & distribuera till de övriga grupperna. Förutom den rationalisering som detta innebär så torde sammanställandet av anteckningarna kunna ge en god inlärningseffekt för grupperna. Eventuellt kan veckoblad läggas ut i det virtuella klassrummet.

4. VAD SOM HÄNDE UNDER PERIOD 1

Nedan följer en genomgång av vad som hände under period 1. Undervisande lärare förde dessutom en loggbok under perioden. Den återfinns som appendix 1. Den kan vara av intresse eftersom den är skriven *i stridens hetta* så att säga.

- **Teoriseminarium**

Det fungerade inte att bygga teorigenomgångarna på studenternas frågor. Mycket få frågor kom in och de som kom in rörde mestadels övningsuppgifter. Studenterna förmådde inte läsa kurslitteraturen som de ansåg vara dålig och omöjlig att läsa. Läraren hade naturligtvis saker i bakfickan att ta upp, vilket studenterna givetvis snabbt uppfattade.

- **Räkneövningar**

Dessa fungerade som avsett. Det är ju en enkel undervisningsform med demonstrationer och självverksamhet från studenternas sida. Dock var det många studenter som de första veckorna lämnade lektionen när det blev fritt att räkna själva.

- **Problemlösning**

Detta fungerade bra. Koncentrationen på en enda svårare uppgift som presenterats några dagar tidigare lyckades. Det gick att få med studenterna på en dialog under lösandet. Mer tid skulle dock ha behövts för denna verksamhet och under en längre period.

- **Kurswebben**

Denna var uppskattad av studenterna och fungerade i stort som avsett.

- **Projektuppgifterna**

De två första projekten av metakaraktär var lyckade. Även om kvaliteten på studenternas inlämningar var varierande, så fick vi intryck av att arbetsformen (att reflektera över det egna lärandet, och att läsa riktiga artiklar om matematik) var både ny och intressant för flertalet studenter. För oss lärare gav det också djupa inblickar i studenttänkande som man annars inte får.

De två andra uppgifterna som rörde matematik uppvisade ett mycket brett spektrum kvalitetsmässigt. Ett fåtal rapporter gav ett gediget och genomtänkt intryck även om troligen stora delar av innehållet var avskrifter. I vilken utsträckning författaren bearbetat materialet är svårt att bedöma (avskrift är i och för sig inget negativt, det kan fungera som en studieteknik). Dessa bra rapporter var till övervägande del handskrivna! Det stora flertalet rapporter

var dock knapphändiga och några var rent undermåliga. Många rapporter kunde endast godkännas genom en välvillig tolkning. Det stora flertalet rapporter røjde inte någon högre grad av bearbetning av materialet. Egentligen förvånar inte detta resultat utan bekräftar vad vi sett i andra sammanhang.

- **Studiegrupperna**

Trots upprepade uppmaningar kom dessa inte igång under hösten. Endast en grupp lär ha träffats för att diskutera projekt 2. Troligen kände studenterna varandra för dåligt.

- **Veckoblad**

Detta kom inte igång. Ett problem kan ha varit att detta förutsätter att man känner varandra bättre eller att det finns en tradition på skolan.

- **Tentamensresultat för Ma I, II och Transformteori**

Detta var katastrofalt som framgår av diagram i appendix 2. Det stora antal studenter med resultat kring 5 poäng måste anses inte ha inhämtat någon matematikkunskap alls, i vart fall inte sådan som mäts genom problemlösning.

- ***Loggbok över period***

Se appendix 1.

5. VAD SOM HÄNDE UNDER PERIOD 2

Period 2 fungerade, på gott och ont, i stort sett som period 1.

Teoriseminarierna gick inte att genomföra på det sätt som det var tänkt. Bristen på frågor gjorde att teorigenomgången fick mer karaktären av traditionell föreläsning.

Tanken med problemlösningen var att genomföra en större uppgift, helst med tillämpad anknytning. Detta verkade studenterna uppleva positivt, speciellt när matematiken används på konkreta tekniska problem. Meningen var att studenterna skulle sätta sig in i problemet i förväg, men det var få studenter som hade gjort det.

Räkneövningarna fungerade ganska bra. Dock gick självverksamheten dåligt. Några studenter ville ha mer självverksamhet, medan de allra flesta lämnade lektionen när de skulle räkna själva. För att utnyttja tiden bättre blev det mer problemdemonstration än vad som var tanken från början.

Studenterna uppskattade kurswebben, men tidsbrist hos läraren gjorde att detta hjälpmedel inte kunde utnyttjas lika mycket som i period 1.

Rent allmänt var engagemanget och intresset från studenternas sida lågt. Som ett exempel fick ett planerat studiebesök på Ericsson ställas in på grund av bristande intresse. Syftet med besöket var annars att några anställda som tidigare studerat vid IH skulle visa hur de använde matematiken i sitt arbete.

6. VAD SOM HÄNDE UNDER PERIOD 3

Utgångsläget var katastrofalt. Knappt någon student hade inhämtat nödvändiga förkunskaper inför den tredje matematikkursen i transformteori. Men jag hade som lärare inte givit upp på något vis. Jag kände att jag hade mandat att prova vad som helst, och nu skulle skeppet vändas. Min plan var följande:

- Tvinga fram gruppindelningen.
- Låta grupperna arbeta med diagnostiska prov som testar de absolut nödvändiga förkunskaperna för transformteorin, t.ex. frekvens och amplitud för en sinus-signal, jämna och udda funktioner, vad en generaliserad integral är etc.
- Ge muntliga duggor. I personliga samtal med ett fåtal studenter närvarande skulle jag få de bästa chanserna att nå fram med förklaringar och diskussioner.
- För att studenterna inte skulle köra fast och bli sittande med övningsuppgifterna i boken så hade jag skrivit ett häfte med lösningar.
- Leka in kunskapen med t.ex. poängpromenad med frågor om fourierserier.
- Ge inlämningsuppgifter på centrala kursmoment

Under de första veckorna kom många studenter sent till lektionerna. Men sedan förstod de att jag menade allvar med undervisningen och de kom sedan i tid. Närvaron var överlag hög under hela perioden.

En äldre student som tidigare läst en mindre omfattande kurs i transformteori följde kursen. Jag bad honom berätta för klassen varför han gjorde det. Han sa att han behövde mer kunskaper i transformteori än vad han hade för att klara arbete och studier. Därför fick han "ta skeden i vacker hand och se till att lära sig ämnet". Detta gjorde ett visst intryck på studenterna och studiemotivationen steg några grader.

Inlämningsuppgifterna klarades inte av på önskvärt sätt. Många studenter skrev av varandra urskiljningslöst utan att ha en aning om vad de hade redovisat. Det fanns flitiga och intresserade studenter i klassen, men en stor grupp var uppgivna och missmodiga. Tentamensresultatet var denna gång något bättre men fortfarande var 2/3 underkända.

7. ENKÄTSVAREN OCH NÅGRA ORSAKER TILL RESULTATET

Varför misslyckades projektet? För att hitta så rättvisande förklaringar som möjligt lät vi studenterna fylla i en enkät. Frågorna vi ställde var

Fråga 1.

- Vilka bärande idéer uppfattade du som viktigast i matematikprojektet?
- Tycker du att du förstod hur undervisningen och kursen skulle bedrivas?
- Tog du dig tid att reflektera över vad det nya arbetssättet skulle innebära för dig personligen?

Fråga 2.

- Vad tyckte du om idéerna bakom projektet?
- Trodde du på dem, var de bra eller dåliga?
- Försökte du arbeta enligt dem ?

Fråga 3.

Vilka problem uppfattade du att den nya pedagogiken försökte lösa?

Fråga 4.

Lyckades eller misslyckades det? Kan du förklara varför? Svara för egen del och för klassens del om du kan.

Fråga 5.

Vad tror du man i första hand bör göra annorlunda om man vill ha en effektivare matematikundervisning som ger bättre kunskaper och färdigheter?

Fråga 6.

Vad i projektet var så bra att det bör utvecklas och användas i undervisningen i fortsättningen?

Vi förklarade att utvärderingen var viktig för oss, och att vi verkligen ville veta varför det gick som det gick. Vi fick ärliga och uppriktiga svar av de 19 personer som var närvarande när enkäten delades ut, alla spenderade ca 1 timme på att fylla i enkäten.

En av huvudförklaringarna till varför tentan gick så dåligt är att studenterna inte tränat tillräckligt hemma. Nedan följer några svar till fråga 4 som visar på detta.

Misslyckades! För min egen del så var det för jag hellre gör något annat än siter och räknar på fritiden. Och i stället så tänkte jag att det nog ordnar sig en då. Vad det gäller i helhet, så tror jag att i våran klass så är det nog många som tänker som jag.

Det var inte många som klarade tentan. Problemet var nog att ingen tränade på att räkna tillräckligt mycke.

För min del lyckades det inte så jätte bra. Eftersom jag pluggade för lite hemma. Annars tycker jag att det lyckades. Det är ju trots allt någorlunda svåra kurser.

Överlag så är vi en slö klass så resultatet kan inte skyllas på det nya systemet. Jag tycker att undervisningen var bra men jag vet ju inte hur den skiljer sig i från förra systemet förutom arbetena.

För min egen del misslyckades det radikalt. Jag är inte riktigt så flitig som det behövs i sådana sammanhang. Däremot så tror jag att jag lärde mig mer än andra klasser gjorde i just matte. Även om jag inte klarade tentan så sitter kunskapen kvar.

Varför tränade man då så lite hemma? Några svar finns att finna i enkätsvaren:

Om man inte har ett intresse för ämnet så tar man helt enkelt inte åt sig ämnet lika mycket. Så hur sorgligt det än låter så lärde jag mig bara för tentan.

Jag har aldrig tyckt om ämnet matematik.

Matematik är teori. En del verkar vara negativa till teori och tycks ha missförstått projektet och trott att ett syfte var att minska teorimängden. På fråga 1 skriver en student

Det viktigaste som jag uppfattade det som var att i stället för att ha en stor dos teori (som man inte tillgodogör sig så bra eftersom det är för mycket på en gång) och sedan övning (på det vi skulle uppfattat, vilket man inte gör). Så skulle vi få lite teori som vi sedan övade in och i slutet skulle vi få en chans att sätta in allt i ett sammanhang under problemlösningen. Projektet skulle leda till att vi skulle få en ny synvinkel på matematik. Att vi skulle få en chans att se den mer som en konst/filosofi än ett nödvändigt ont.

Men kanske finns det en allvarligare och djupare förklaring än en ovilja mot ämnet. Är det så att det normala är att man **inte** lär sig i skolan? Är det så att de flesta bara ser hinder (prov/tentor) som skall passeras, och när hindren är runda-

de, så är problemen lösta och att ha med sig kunskaper är varken viktigt eller något mål. Låt oss läsa ur enkäterna igen:

Jag tror att det för många blev ett misslyckande för att man inte hängde med. Jag hängde med i matte 1 men sedan i matte två så blev det lite rörigt. Det är ju lätt att skylla på läraren men när man lär på detta vis så krävs det mer av läraren för i en vanlig 5p kan man plugga in kursen dom sista veckorna och då kvittar det om läraren är dålig. Men det går inte att göra i denna kurs för det blir för mycket, vilket är bra. Nu är skolan uppbyggd så att man kan få godkänt i en kurs utan att kunna något, genom att plugga gamla tentor dom sista veckorna så klara man godkänt på kursen, och det är mycket fel. Som jag har skrivit innan så tycker jag inte att dagen kurser fungerar alls, man behöver inte följa med på föreläsningarna, den stora anledningen att man går dit är för att höra vad läraren tycker är viktigt så att man kan plugga in det själv hemma. Det är synd att skolan är så, så därför tycker jag att ni bör utveckla och använda detta projektet eller något liknande för så som det fungerar nu är inte bra. Man lär sig bara för tentan och inte för livet.

Fråga 5 syftade till att samla in de goda idéer som studenterna eventuellt kunde ha om hur undervisningen kan göras bättre. De flesta söker enkla lösningar i stil med duggor med bonuspoäng, bättre böcker skrivna på svenska. Ett motivationsproblem tycks bottna i att många studenter tror att huvuddelen av matematikkursen består av sådant som de aldrig kommer att ha nytta av i sin kommande yrkesutövning. Följande råd kan därför vara värda att tänka mera på

- *Mycket mer verklighetsbaserad problemlösning*
- *Konkreta exempel på hur mina mattekunskaper kommer att hjälpa mig att förstå och klara mitt arbete.*

Många av enkäterna är skrivna på dålig svenska. Några är obegripliga och helt osammanhängande. Det underlättar naturligtvis inte matematikstudierna om de bedrivs på ett språk som man inte fullt ut behärskar.

8. NÅGRA SLUTSATSER OCH RESONEMANG

Vi återvänder här till där vi började, nämligen bakgrunden till försöket. Men nu försöker vi sätta utfallet i relation till de ursprungliga idéerna och motiven. Ett sådant här försök att förändra, med förhoppningen att förbättra undervisningen i matematik, bygger naturligtvis inte enbart på rapporter om bristande förkunskaper hos studenter och teoretiska studier i matematikdidaktik. Det är ofrånkomligt att många års personliga erfarenheter av undervisning kommer in i bevekelsegrunderna. Vi kan därför se åtminstone fyra avgörande inspirationskällor (om man kan använda det ordet) till försöket:

- Debatten kring Högskoleverkets rapport om de bristande förkunskaperna
- Diskussioner kring kaffebordet med andra matematiklärare på IH
- Våra egna erfarenheter av bl.a. matematikundervisningen vid IH och annorstädes
- Ett intresse av att försöka omsätta matematikdidaktiska idéer i praktiken och experimentera med datorstöd

De slutsatser vi redovisar här följer därför inte enbart ur försöket. Egentligen är försökets omfattning alltför litet, både vad gäller tid och antal deltagande studenter, för att några empiriska slutsatser ska kunna dras. Vi ser det snarare som att vi i ljuset av försöket, tillsammans med andra erfarenheter och teoretiska resonemang, kan göra ett antal någorlunda väl underbyggda gissningar.

Matematik är ett erkänt svårt ämne, detta gäller hela skolgången från ungefär mellanstadium genom gymnasium och högskola. Under denna tid sker en gradvis övergång till allt mer abstrakt och formell matematik. Formalismen utökas och de manipulationer man förväntas kunna genomföra blir allt mer omfattande. Om man då inte förstår vad man gör blir uppgifterna övermäktiga. Ämnet är kumulativt till sin karaktär, man måste behärska de fyra räknesätten för att kunna gå vidare till algebran och ekvationslösningen, som i sin tur är förutsättningar för funktionsbegreppet och den matematiska analysen. Uppenbarligen har endast en mindre del av befolkningen en naturlig fallenhet för detta, för alla andra innebär det ett ansträngande intellektuellt arbete. Man skulle kanske kunna gissa att endast mycket god och envis undervisning, med försök att stimulera intresse och självförtroende hos eleverna, skulle kunna leda till större matematikkunskaper hos fler studenter.

Grundförutsättningarna för högskolematematiken är alltså inte goda.

Målet är att studenterna efter genomgången kurs i matematik har tillägnat sig levande kunskaper och aktiva färdigheter i ämnet som de både känner stolthet över och som de med förtjusning kan använda. I fortsättningskurser märker man ibland att även studenter som blivit godkända har stora kunskapsluckor och att de uppfattar matematik mer som ett hinder och inte en möjlighet.

En vanlig kritik mot högskolan generellt är att undervisningen i alltför stor utsträckning bedrivs i form av korvstopppning. Det är oklart vad som egentligen menas med begreppet korvstopppning, men att det är negativt laddat och att det på något sätt beskriver en undervisnings- och inlärningsmiljö med förmedlande lärare och mottagande studenter organiserat traditionellt som föreläsningar/övningar/inlämningsuppgifter verkar klart. Man kan dock ana inte enbart en kritik av metoden utan dessutom en kritik av innehållet. Det finns ett ifrågasättande av kursernas innehåll. Detta är givetvis i grunden sunt, ett fundament i akademien är just kritiken av innehållet. Ett problem är dock att en meningsfull kritik av innehållet förutsätter kunskap och förståelse av innehållet. Vi hamnar här direkt återigen i en diskussion av konstruktivism och metakognition.

När det gäller den grundläggande matematikundervisningen finns det en tydlig aversion mot ämnet. I vårt försök kom den till uttryck i enkäterna men framförallt i studenternas reflektioner i projekt 1 Hur studerar jag matematik? Det tycks dessutom som en stor del av studenterna tror eller anser att ämnet är oviktigt. Kritiken av innehållet tar sig konkret uttryck i att man söker ta sig runt det så smärtfritt som möjligt.

Det är inte så ovanligt att ambitiösa studenter i högre årskurser säger att de skulle vilja ha fått höra hur viktig matematiken var när de gick i första årskursen. Det är bara det att just detta poängterade matematiklärarna i första årskursen! Kritiken av innehållet tar sig konkret uttryck i att man inte litar på läraren när denne påstår att ämnet är viktigt. Kanske skulle diskussionen vinna något på att högskolan ställde frågan till studenterna: tror ni att vi lär ut meningslösheter? Diskussion blir lidande om högskolan blir alltför undfallande gentemot studentkritik - studenten har inte alltid rätt.

Den analys och probleminventering som försöket byggde på, tror vi fortfarande håller. De bärande pedagogiska idéerna; djupinriktning, metakognition och konstruktivisisk kunskapssyn tror vi fortfarande är sunda. Det är svårt att tänka sig att verklig kunskap i ett teoretisk ämne som matematik kan uppnås utan en medveten reflekterande studieinsats - och det är ju just det som ligger i begreppen metakognition och konstruktivism.

Från våra egna grundläggande studier har vi erfarenhet av att lära sig och förstå är väsentligen samma sak. Visserligen är vi (och andra akademiker) möjligen speciella i det att ett sådant studiesätt är naturligt för oss, men vi är knappast speciella såtillvida att det skulle kunna finnas ett väsentligen annorlunda sätt att tillägna sig akademisk kunskap i teoretiska ämnen som inte går via förståelse. Ändå har det uppenbarligen inte fungerat. Vi var inte så naiva att vi trodde att detta projekt i ett slag skulle lösa alla problem, men vi trodde nog att vi skulle kunna se vissa positiva effekter. Resultatet är dock mycket nedslående, för att inte säga katastrofalt. Vi såg egentligen inte några positiva effekter på kunskaper eller intresse. Delar i förklaringen kan vara:

- Vi kan ha varit utsatta för en statistisk fluktuation, klassen förefaller vara svagare än normalt - men detta är inget vi vill använda som förklaring.
- Tentamen var mer omfattande än normalt, men inte svårare. Flera studenter anser sig dock ha lärt sig mer än de skulle annars skulle ha gjort (vilket i och för sig är ett märkligt påstående eftersom de inte har något att jämföra med).
- En simpel förklaring kan vara att försöket helt enkelt var för litet i antal studenter räknat, för kort i tid och inte tillräckligt kraftfullt genomfört.

Delar i en förklaring kan alltså ligga här, men dessa punkter berör inte själva kärnan i försöket, de rör snarare de omständigheter under vilka det genomfördes. Vad vi söker är en förklaringsmodell som också berör försökets grundtankar. Vi kommer dock inte längre här än vad som framgår av rapporten i övrigt. Vi tror att försökets tankegångar är riktiga men vi har inte förmått omsätta dem i en lyckad praktik. En förklaring kan vara att man kanske inte kan göra som vi gjorde, nämligen att explicit vädja till, eller försöka motivera till ett reflekterande konstruktivt studiesätt. Vi var kanske för teoretiska, vi försökte övertyga studenterna intellektuellt istället för att tvinga dem.

Vi har lärt oss mycket av försöket. Visst skall man fundera över och diskutera pedagogiska projekt. En del kanske man rent av skall försöka sig på att genomföra. Men man skall kanske vara medveten om att de sannolikt endast kan ge marginella effekter på en enstaka kurs. De krafter man kämpar mot i form av exempelvis rädsla för ämnet, ointresse och ytinriktning, är så mycket starkare än man anar.

Om man vill ha dramatiskt förbättrade resultat så måste man troligen analysera problemkomplexen i ett större sammanhang. Ett sammanhang där man allvarligt beaktar studenternas studiemotivation och hur den på ett avgörande sätt kan påverkas, och studenternas reella förkunskaper både i språk och matematik. Kanske måste man förändra hela utbildningen och dess förutsättningar. Vilket kan innefatta sådant som utbildningens längd, personaltäthet, personalutbildning,

didaktiska metoder, i vilken ordning kurserna skall ges och vilket innehåll de skall ha och så vidare. För att få med kollegiet i förändringsprocessen behöver man alltså klart och tydligt identifiera och presentera vilka problemen är och hur man hoppas komma till rätta med dem, vilket bland annat innefattar vilka resurser man allokerar.

9. NÅGRA KOMMENTARER TILL DEN PEDAGOGISKA DISKUSSIONEN

Troligen har det alltid varit så att studenternas förkunskaper inte motsvarat lärarnas förväntningar eller önsknings. Problemet med svaga förkunskaper är alltså inte nytt. Studenterna är dessutom ingen homogen grupp utan uppvisar ett brett spektrum av förkunskaper. Däremot råder det ingen tvekan om att det faktiskt skett en markant nivå-sänkning i förkunskaperna i matematik under 90-talet och att spektrum har blivit bredare som en följd av det ökande intaget till tekniska/naturvetenskapliga utbildningar.

En invändning som man ibland möter mot denna verklighetsbeskrivning är ”Allright, så studenterna kan mindre matematik, men de kan (ju/kanske/väl) något annat istället.” I allmänhet specificeras inte vad detta andra skulle vara, men en gissning av vad som avses är kanske vad som skulle kunna beskrivas som informationssökning och rapportskrivning. Här öppnar sig åtminstone två intressanta frågeställningar som säkert förtjänar att studeras noggrannare. (1) Högskolelärare som varit i kontakt med förstaårstudenters rapportskrivning är inte odelat imponerade av vare sig skrivförmåga, språkbehandling eller litteratursökning. Frågan är om dessa färdigheter är större idag än för tio eller tjugo år sedan. (2) Matematikkunskapernas relevans. De förkunskaper som högskolan förväntar sig att studenterna ska ha är de som är nödvändiga för att tillgodogöra sig en traditionell ingenjörsutbildning, d.v.s. i stort sett grundläggande matematisk analys (Calculus). Det är tänkbart att de olika ingenjörsprogrammen är bättre betjänta av mer specialiserade matematikstudier (det typiska exemplet är så kallad diskret matematik för dataingenjörer). En annan möjlighet är att omdefiniera matematikkunskaper mot ett fokus på användning av elektroniska hjälpmedel. Ett sådant försök har gjorts på Chalmers [12] Ingen av dessa frågor har tagits upp i vårt försök.

Vi ser dessutom ett mycket stort gap mellan de visioner om pedagogiska reformer och framsteg som framförs av skolledningar och skolpolitiker och den verklighet som lärare lever med dagligen. Lärarna lyssnar ofta artigt på visionerna men efteråt konstaterar man att dessa visionärer uppenbarligen vet mycket litet om verkligheten och att deras idéer inte går att genomföra. Med få undantag fortsätter verksamheten som tidigare. Vi anser att denna oförmåga, från båda sidor, till verklig dialog är sorglig. Det duger inte att skolpolitiker och skolledare fantiserar om pedagogiska framsteg som inte är grundade i en vardaglig skolverklighet. Det duger heller inte att lärare fnyser åt didaktisk forskning och seriösa försök att förbättra utbildningsresultat. Vår erfarenhet är att detta problem finns såväl i gymnasieskolan som i högskolan.

För att få igång en dialog tror vi att man måste försöka skapa sig en så sann bild av verkligheten som möjligt. När *den ene* talar om en klassrumsverklighet som förefaller för evigt given, talar *den andre* om ett utopia av kunskapshungriga studenter. Ett problem med skol- och utbildningsfrågorna är att de är så ideologiskt färgade, man vill så gärna att verkligheten ska vara annorlunda än den är. De som står i klassrummen och lektionssalarna behöver lyfta blicken ut ur rummet, visionärerna behöver sätta sig ned, lägga bort önsketänkandet för ett tag och lyssna på 'fotfolket'.

Nedan följer ett antal punkter som skulle kunna tjäna som utgångspunkt för konstruktiva diskussioner.

- **Vad är akademisk kunskap?**

Laurillard (se ref 2) definierar akademisk kunskap som kunskap om beskrivningar av verkligheten. Detta tycker vi stämmer bra med vår egen erfarenhet. Detta gäller faktiskt inte enbart matematik utan även laborativa ämnen som fysik, kemi, elektronik etcetera. I laborativa/experimentella ämnen finns naturligtvis ett mått av praktiskt handlag, exempelvis instrumentkännedom, men kunskapen i fysik beskrivs och systematiseras i matematiska modeller. Akademisk kunskap är därför med nödvändighet teoretisk och abstrakt. Detta skapar ett inlärnings- och studieproblem.

- **Inläring eller utläring?**

Vi har redan diskuterat den konstruktivistiska kunskapssynen. Få ifrågasätter väl idag öppet att kunskap, speciellt akademisk kunskap måste konstrueras i det egna huvudet genom ett intellektuellt studiearbete. Men ett problem med populariseringen av konstruktivismen är att jäktade skolpolitiker och skolledare trivialiserar något som faktiskt är komplicerat. Denna trivialisering kommer till exempel till uttryck i den ofta upprepade frasen: *Man kan inte lära ut, bara lära in*. Som alla rappa sentenser bär den med sig inte bara en sanning utan dessutom en osanning. En av oss som under några år arbetade på en gymnasieskola råkade ut för att rektor gick runt och besökte klasserna för att prata om pedagogik, ett i och för sig lovvärt initiativ. En overhead lades på med texten *Kan man lära ut?* De perplexa eleverna svarade inte på detta. Nästa overhead innehöll texten: *Nej, man kan bara lära in!* Efter att ha begrundat detta budskap, räckte en av de studiemotiverade eleverna upp handen och sa: - Visst kan en bra lärare lära ut!

Konstruktivismen får alltså inte vulgariseras på detta sätt. Låt oss istället erbjuda en bättre modell, lånad från informationsteori. Syftet är att söka klargöra interaktionen mellan lärare och student. Vi tänker oss läraren som en sändare av ett meddelande, nämligen kunskap inom något område. Vi

tänker oss studenten som mottagare av meddelandet. Mellan den finns en eller flera överföringskanaler. Dessa kanaler kan vara exempelvis *tal* eventuellt med tillhörande skrift (som under en föreläsning eller lektion), det kan var skrift (bok, artikel, föreläsningssanteckningar etc.), det kan vara *television, video* eller *internet*.

Vi betraktar först studenten. Kunskapen kommer genom kanalen kodad i någon form. I allmänhet kan den inte assimileras direkt som den kommer. Man kan inte hålla kunskap i huvudet på studenter. Studenten måste på ett medvetet sätt bearbeta meddelandet eller informationen. Man skulle kunna kalla detta för en avkodningsprocess. Detta intellektuella arbete är det som konstruktivismen fokuserar på. Men det är nu alldeles uppenbart att det inte kan finnas någon inläring utan utläring. Dels måste det finnas kanaler, exempelvis en text att läsa eller en lektion att gå på, men det måste också i andra ändan finnas (en eller flera) sändare/lärare. Deras uppgift är att ta den kunskap de har i sina huvuden (eller i andra källor) och koda den i en form som kan överföras till studenterna. Exempelvis skriva en bok eller hålla en föreläsning. Denna kodning kan givetvis göras olika bra, och på många olika sätt - den gode lärare försöker koda så bra som möjligt för att underlätta studenternas avkodningsprocess och försöker stödja den på olika sätt.

En sådan här modell visar att det inte finns någon motsättning mellan inläring och utläring. Båda är nödvändiga för att kunskap ska kunna propagera från individ till individ.

- **Det är svårt att lära sig!**

Att lära sig något kräver förstås någon form av motivation, att få betyg, att få ut examen, att få ett bra arbete, att vara intresserad av ämnet etcetera. Men det kräver också talang och fallenhet, och vad gäller akademisk kunskap - även intellektuell förmåga, kanske kan man kalla det begåvning. Begåvnings- eller intelligensaspekten av undervisningsproblematiken diskuteras sällan, troligen på grund av svårigheter att definiera vad som menas med intelligens, men troligen mer på grund av att frågan är ideologiskt laddad. Tyvärr lever vi i ett samhälle där teoretisk/abstrakt kunskap hyllas mer än praktisk/konkret kunskap eller färdighet. Om man säger att alla kan inte lära sig spela piano eller alla kan inte hoppa 2,2 i höjd så är det ingen som protesterar. Men säger man att alla inte kan lära sig lösa ekvationer, så ger detta upphov till obehagskänslor. Implikationen är ju att en (stor) del av de studenter vi tar in till tekniska utbildningar inte kommer att kunna lära sig den grundläggande matematik, än mindre förstå den, som vi vill lära ut. Väldigt få lärare skulle ifrågasätta detta. Den vardagliga undervisningserfarenheten visar med all tydlighet att 100% effektivitet (vad gäller målupp-

fyllelse) inte är på långa vägar uppnåeligt. Nu finns det väl knappast någon mänsklig verksamhet där effektiviteten är 100%. Men av någon anledning är detta kontroversiellt i skolvärlden. *Om man verkligen har förstått den konstruktivistiska kunskapssynen så inser man att just på grund av att man inte kan hålla kunskap i huvudet på folk, kommer man heller aldrig att uppnå full måluppfyllelse.*

Nu är vi medvetna om att ovanstående stycke mycket lätt kan missuppfattas, och kommer att missuppfattas. Låt oss vara tydliga: Vi anser inte att de som har svårt att lära sig matematik är dumma. Vi tror bara att det är mycket svårt för många att förstå och lära sig högskolematematik. Men det är inget problem för oss. Flertalet av våra bästa vänner kan ingen högskolematematik och det är inget som på något vis påverkar våra relationer.

Sedan är det givetvis en helt annan sak att alla medborgare behöver grundläggande kunskaper och färdigheter i matematik (motsvarande kanske gymnasiets kurs A) för att kunna fungera i dagens samhälle. Men då talar vi inte om högskolematematik.

Låt oss förtydliga ytterligare: Att inte klara högskolematematiken är i sig inte stigmatiserande. (När allt kommer omkring; vem bryr sig? - skulle nog många tillägga.) Det som är stigmatiserande är den ideologiska ståndpunkten *att alla kan - måste kunna.*

Man får alltså förlika sig med att det är svårt att lära sig och att studieresultaten inte alltid blir optimala.

- **Yt- eller djupinriktning?**

Man upphör aldrig att förvånas över vilken dominans ytstudier har över djupstudier. Den naturliga tendensen hos majoriteten av studenterna i de flesta kurser tycks vara att fokusera på att klara examinationen, att faktiskt lära sig något eller förstå något kommer i andra hand. Det naturliga borde vara att genom kunskap och förståelse klara examinationskraven så att säga som en sidoeffekt av kunskapen. Så är det inte.

Men varför är det så? Förklaringen kan troligen sökas som en sammansättning av många orsaker. Tempot är högt och stoffet i kurserna är omfattande, begrepp och metoder i kurserna är i sig svåra att förstå och behärska. Man hinner helt enkelt inte lära sig något och man tvivlar på den egna förmågan. Intresse och motivation kommer naturligtvis in, ämnen och kurser upplevs som tråkiga. Man orkar inte och har inte tålamod att arbeta tillräckligt hårt med studierna.

De krafter som drar mot ytinriktning är alltså oerhört starka och man ska nog som lärare inte vara alltför nedslagen om man inte kan motverka dem. Man kommer här in på frågor om lärarrollen och vilket ansvar läraren har för att studenterna ska lära sig. Tendensen i debatten är motsägelsefull, samtidigt som studentens egna ansvar betonas, ställs allt större krav på lärarna.

- **Socialisering: Vad är egentligen syftet med ingenjörsutbildningen?** Om det nu är sådana problem med studieresultat, hur kommer det sig då att den tekniska utvecklingen går fram med stormsteg i alla fall? Somliga tycker ju dessutom att utvecklingen går för snabbt. Man skulle till och med kunna våga ett skämt och säga att lite sämre studieresultat kanske skulle kunna ge oss ett lugnare och behagligare tempo i samhällsutvecklingen? Kan det vara så att en utbildning inte har som enda, eller ens främsta syfte att bi-bringa studenterna kunskaper. Kan det vara så att utbildningen till stor del är en socialiseringsprocess; när och om man tar ut examen, med eller utan kunskaper, så definierar man sig som ingenjör.

Var man sedan hamnar i yrkeslivet beror förtås på många faktorer, men det är kanske här som den verkliga mätningen av ingenjörskunskaperna görs. De som inte kan så mycket naturvetenskap eller teknik, de arbetar heller inte som ingenjörer, de som har hyfsade kunskaper arbetar kanske med försäljning/marknadsföring eller underhåll/reparation/produktion medan de som har stora och djupa kunskaper i naturvetenskap och teknik arbetar med nyutveckling/innovation/produktutveckling. Resonemanget här är naturligtvis förenklat och schablonartat, men skulle kunna tjäna som utgångspunkt för vidare diskussioner och varför inte undersökning hur studieresultat korrelerar med yrkesverksamhet efter examen.

- **Vad är pedagogik och vad sysslar pedagogerna med egentligen?** Efter att under många år ha lyssnat på pedagogiska seminarier/föreläsningar och liknande har vi fått intryck att publiken ofta missuppfattar det de hör. Bland verksamma lärare tycks finnas en utbredd animositet gentemot pedagoger (för närvarande är det dock inte opportunt att uttrycka det öppet). Ett missförstånd är att pedagogik på något sätt skulle vara en normativ vetenskap, att pedagogerna skulle kunna tala om för oss hur vi ska undervisa. Naturligtvis finns det pedagogiska skolor, eller ideologier (Montessori o dyl.) som gör just det. Men den akademiska vetenskapen pedagogik är på inget sätt normativ. Den är snarare empirisk/deskriptiv och de teorier som finns är tentativa. Ett annat missförstånd som är kopplad till detta tycks vara att det skulle kunna finnas någon allmänt erkänd pedagogisk teori som förklarade skolverkligheten. Som så vanligt i humanve-

tensaker finns det dock inget dominerande paradig. Detta är inget problem för pedagogerna själva, men tycks vara det för tekniska/naturvetenskapliga lärare som upplever en kulturkrock gentemot sina egna discipliner där det i allmänhet finns ett allenarådande paradig. Det blir också ett problem för de jäktade skolpolitikerna och skolledningarna som griper en modell som låter bra eller har blivit populariserad i någon amerikansk bestseller, utan att orka med den ostyriga verkligheten bakom.

För att förstå den mångfacetterade verklighet som utgör undervisning, utbildning, lärande och studier föreslås olika modeller i den pedagogiska litteraturen, vi skulle vilja kalla dem parametreringar. Några exempel är

- De fyra f:en: Fakta, Förståelse, Färdighet, Förtrogenhet
- Katalog, Analog, Dialog kunskap
- Ytinläring/Djupinläring
- Metakognition & Konstruktivism

Vi har själva ovan erbjudit en modell i termer av sändare/kanal/mottagare.

Man är givetvis naiv om man tror att en enda av dessa parametreringar beskriver allt som finns att säga om undervisning och lärande. Snarare är det så att varje modell beskriver någon eller några aspekter av verkligheten. Man får helt enkelt leva med obehaget att behöva betrakta verkligheten ur flera olika perspektiv samtidigt.

- **Korvstopningen**

Låt oss återvända till kritiken av korvstopningen. Denna kritik sammanfattar troligen vad som skulle kunna analyseras i

- överväldigande stoff
- högt tempo
- stränga examinationskrav

Den pågående satsningen på högskolepedagogik (pedagogikkurser för lärare, stöd till förnyelseprojekt) är förstås ett försök till svar på denna kritik. Det finns givetvis många sätt att svara på kritiken. Man kan genomföra gradvisa förbättringar inom ramarna för befintliga undervisningsformer. Man kan försöka genomföra mera radikala reformer, exempelvis PBL.

Vår erfarenhet av undervisningsmetoder som i stor utsträckning bygger på ökat ansvar för studenterna genom självständigt sökande av kunskap, litteraturstudier, projekt och rapportskrivning är dock inte så positiva som man gärna skulle vilja.

Vad vill studenterna egentligen ha? Vi känner inte till om detta har undersökts, men vågar oss ändå på att kasta fram en teori: När studenterna klagar på korvstopppning så är det egentligen *dålig korvstopppning* de klagar på. De vill egentligen inte (som grupp betraktat) ha en undervisning som till stor del bygger på självständiga studier och projekt. De vill ha *god korvstopppning*. Och det av ganska uppenbara skäl.

Stoffmängden är med nödvändighet stor. Den tekniska/naturvetenskapliga utvecklingen går ständigt framåt. Visserligen faller gamla tekniker bort, men troligen ökar mängden känd och användbar teknik/kunskap. Visserligen utvecklas kunskapsredskap (såsom datorer) på så vis att man kan arbeta på en högre abstraktionsnivå, men detta kräver också intensiva studier och arbete att tillägna sig. Undervisningsmetoder som i alltför hög grad bygger på självständigt sökande och problemlösning blir alltså för ineffektiva och riskerar att inte kunna täcka upp tillräckligt stora områden av ämnena. Någon form av matning av kunskap är nödvändig. Därav behovet av just god korvstopppning. För att förstå detta bättre kan vi åter använda vår modell från informationsteori.

Hela diskussionen om metakognition och konstruktivism ligger egentligen här. Ingen naturvetenskaplig och teknisk kunskap kommer färdig avkodad att bara stoppa in i skallen. Det krävs ett intensivt och tidskrävande intellektuellt arbete att tillägna sig kunskapen. Med dålig korvstopppning blir studenternas arbete oöverstigligt, med god korvstopppning blir det genomförbart.

- **Bäst före datum?**

Bäst före datum på kunskap är åter en sådan där sentens som ibland dyker upp i kunskapsdebatten. Tanken tycks vara att utvecklingen nu går så fort att det du lärde dig igår är inaktuellt i morgon. Det är säkert sant att det kan vara på detta sätt. Frågan är bara om det då tjänade något till att lära sig detta något i första rummet, och om det man lärde sig egentligen är att karaktärisera som kunskap i andra rummet.

Vi tycks här ha att göra med en sammanblandning av kunskap och information. Sven Eric Liedman [13] har nyligen utkommit med en bok om detta. Information blir ofta mycket snabbt inaktuell, medan kunskap har mycket

lång hållbarhet. Kunskap i Liedmans mening, och i akademisk mening, tar också tid att inhämta - det krävs en ansträngning. I praktiken behöver man naturligtvis både kunskap och information. Men att tänka sig att högskolan i första hand skulle ägna sig åt att förmedla information förefaller oss absurt. En poäng med högskoleutbildning måste istället vara att skaffa sig hållbara kunskaper om verkligheten som är användbara bl.a. just i en föränderlig värld.

Paradoxalt nog, i datavetenskap - denna disciplin som i populärdebatten mer än något annat karaktäriseras av *bäst före*-tänkande - ligger grunderna mycket fast: delar av matematiken, logiken, beräkningsmodeller från 30-talet, fundamentala datastrukturer, fundamentala begrepp som klass, objekt, procedur, osv. Vissa idéer sträcker sig ända tillbaka till antiken. Den som inte står på en fast kunskapsgrund inom IT, blåser snart omkull i fartvinden - eller pratar en obegriplig jargong han eller hon inte själv begriper.

Nå, vart leder då allt detta?

Inte så långt tyvärr, annat än till en insikt om att undervisningsverkligheten är mer komplicerad än vad man kanske tror om man inte vistas i den dagligen och diskuterar den med ideologiska skyggglappar.

Appendix 1

Loggbok över period 1

Vecka 0	<ul style="list-style-type: none">• Startade upp med grundlig genomgång på tisdag. Delade ut kopior på relevanta dokument från webben.• Inga negativa reaktioner från studenter.• Hann inte med allt enligt planering - spegling av kursens höga tempo som vi diskuterat tidigare.• Datorstrul på fredag, problem med inloggning - troligen detta att studenterna hade ändrat password. Väntat naturligtvis samtidigt som jag inte hunnit kolla upp tillräckligt.
Vecka 1	<ul style="list-style-type: none">• Funderade på att ändra planering, d.v.s. fortsätta en vecka till med vecka 0's plan. (Fredagen går ju bort - nolledag) Bestämde mig att följa ursprunglig plan trots allt.• Det var fel på studentlistan, namn och ID stämde inte. Niclas åtgärdar.• Självverksamhet på övningslektionerna fungerar mindre bra. De flesta lämnar salen.• Hann faktiskt med binomialutvecklingar, summasymbolen & geometrisk summa. Detta fick inte plats på föreläsning i fjol!
Vecka 2	<ul style="list-style-type: none">• Börjar få ordning på webbet. Lärt mig hur lägger in pdf-filer m h a en html med script & få in scannade figurer.• Mycket frågor om projekt, tenta och examination på tisdagens lektion.• Utnyttjade det mesta av övningstiden för demonstrationer. Fler stannade sedan kvar på den tid som lämnades till självverksamhet. Kan vara att vi nu är djupt inne i kursen och nollningen är över?• Finner att teorigenomgångarna blir osystematiska - en hel del kommer inte med, sådant som jag inte tänker på. Jag går ju in i stort sett oförberedd. Å andra sidan tas inte tiden upp med sådant som man känner att man måste ha med när man förbereder en föreläsning men som egentligen bara går över huvudet på våra studenter? Nu fokuseras det centrala och jag upptäcker under hand vad som behöver in - kanske får man fram lite av det upptäckande kreativa i matematiken?

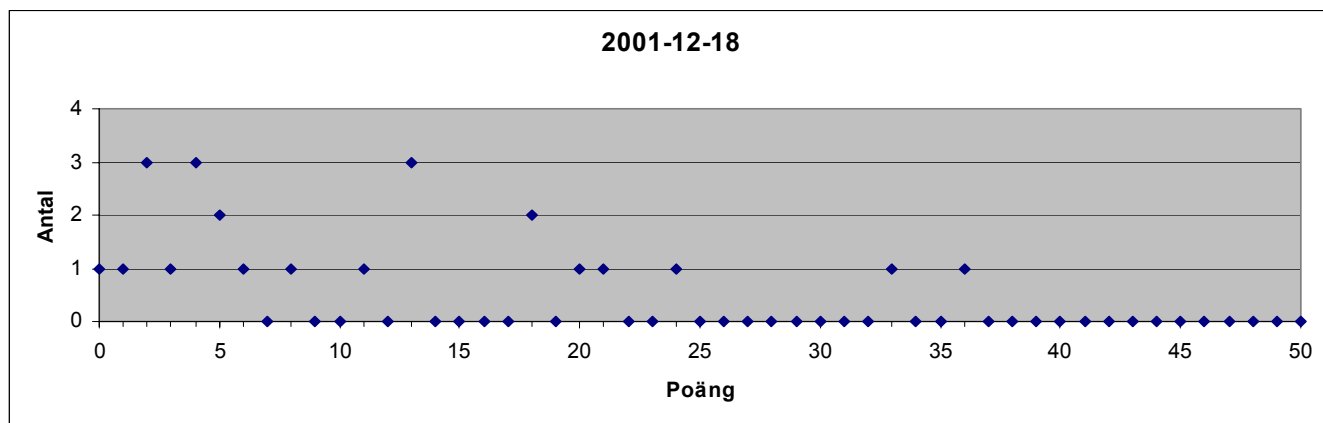
Vecka 3	<ul style="list-style-type: none"> • Teorin på tisdag fungerade nog bra, men inte på onsdag. Tog upp kontinuitet men det blev inte bra på något sätt. Skippade resten, kontinuitet och derivata, samt medelvärdessatsen och extremvärden. Tog upp extremvärden på fredag istället. För dålig planering. Måste tänka genom teorigenomgångarna bättre. • Problemlösningen gick däremot bra. • Några slutsatser av projekt 1: Detta tycks fungera bra. Ger god inblick i studenttänkande och ett slags direkt feedback på undervisningen, ett slags löpande utvärdering. • Teori: fungerar inte så bra. Övning & Problem fungerar bra.
Vecka 4	<ul style="list-style-type: none"> • Inte så mycket teori denna vecka. Tog 'konsten att skissa grafer' med exempel på tis, ons. Verkar fungera ganska bra. • Gick genom tangenten som linjär approximation samt medelvärdes-satsen på fredag och hur den ligger till grund för derivatans användning för att avgöra växande/avtagande. Gick nog hem. • Räknade in i återvändsgränder och gjorde fel på uppgift 4.9e. Detta är ju egentligen vad man bör göra (!) för att skapa en känsla för det sökande och kreativa i matematiken. Kan ha fungerat men måste förklaras nästa vecka!
Vecka 5	<ul style="list-style-type: none"> • Började på integraler. Introducerade begreppet via area: $\Delta F = f\Delta x$. Teori för partiell integration och variabelsubstitution. Det är ju inte så mycket teori så jag upplevde att det fanns mycket tid. Sköt problemlösning till fredag för att ha hunnit lite mer. Fick en fråga på onsdag om integralen av cos/sin som jag tänkte mig kunde lösas både med partialintegration och variabelsubstitution. Det visade sig att man fick motsägelse $0=1$ om man tillämpade partiell integration utan att ta med konstanter. Redde ut detta på fredag. Ytterligare ett exempel på matematik som kreativ sökande verksamhet. Undrar om detta går hem hos studenterna? Kanske ska man på något sätt poängtera detta mer?
Vecka 6	<ul style="list-style-type: none"> • Tycker själv att lektioner fungerar. Ca 20 stud. Har kommit in i en delvis ny undervisningsteknik, speciellt vad gäller räkneövningar och problemlösning med ganska mycket interaktion med studenterna - följer upp deras förslag till lösningar, ibland hela vägen, ibland en bit. På så vis börjar jag få till en metodik som visar på det sökande, kreativa i matematikutövandet. • Detta fungerade också rätt bra på fredag då jag gick genom beviset för analysens huvudsats. Det blir ett slags top-down approach till skillnad mot den kanske mer traditionella bottom-up approachen som blir följd av en mera logisk uppbyggnad av matematiken.

Appendix 2 Diagram över tentamensresultat

Sluttentamen matematik I+II

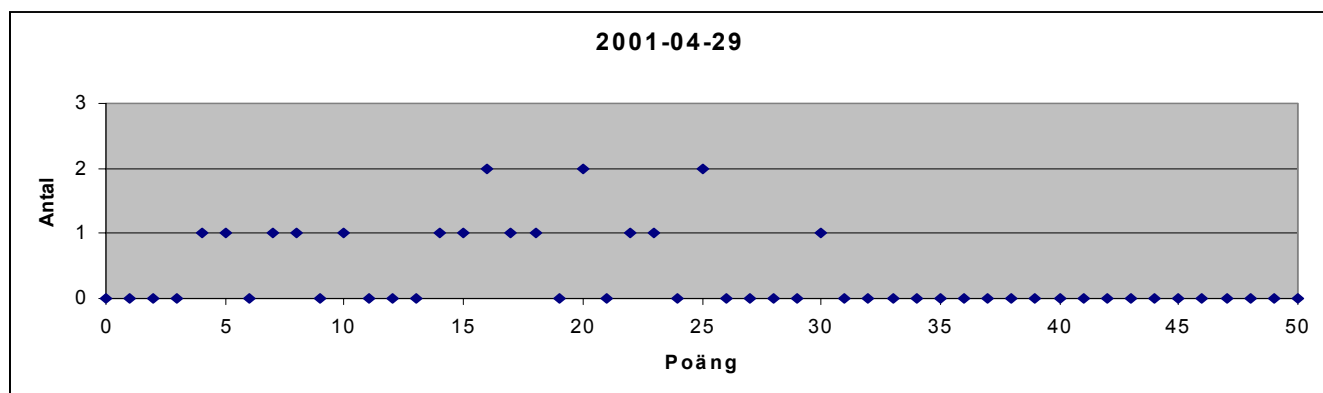
Första tillfället.

24 tenterande totalt. 7 godkända.



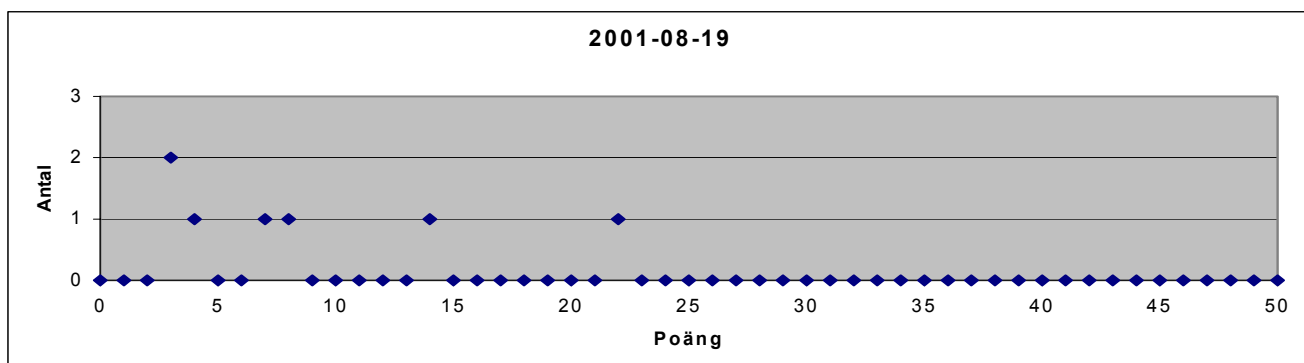
Andra tillfället.

18 tenterande totalt. 6 godkända.



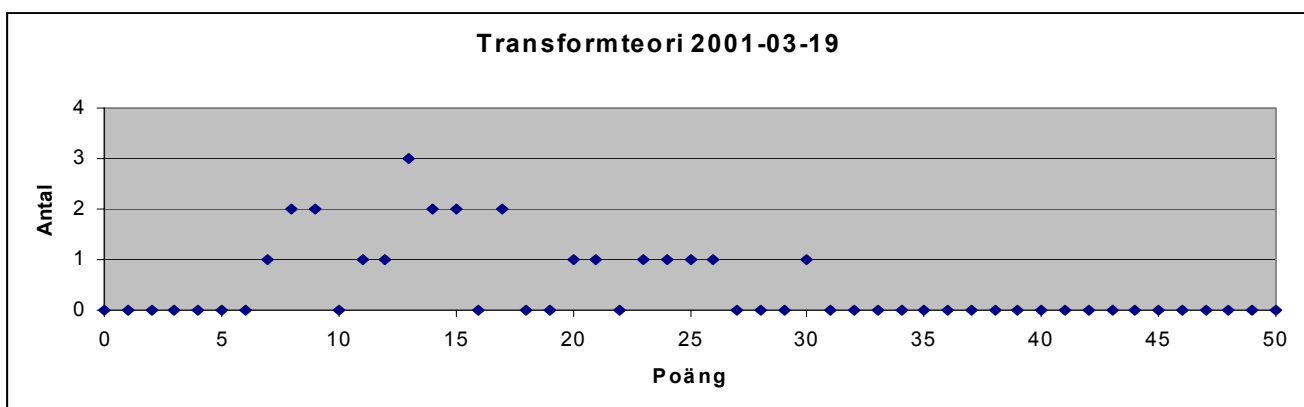
Tredje tillfället.

7 tenterande totalt. 1 godkänd.



Tentamen transformteori

23 tenterande. 7 godkända.



Appendix 3 Kursernas innehåll

Nedan följer en översikt över kursernas innehåll:

Matematik I

- Repetition av gymnasiekursen.
- Talsystemet, absolutbelopp.
- Ekvationer och olikheter.
- Andragradskurvor.
- Divisionsalgoritmen för polynom, faktorteoremet, partialbråksuppdelning.
- Funktionsbegreppet, de elementära funktionerna, gränsvärden, kontinuitet, inversa funktioner.
- Derivata med tillämpningar.
- Kurvritning, asymptoter.
- Optimering.
- Primitiva funktioner.
- Bestämda integraler med tillämpningar.

Matematik II

- Taylorutveckling.
- Komplexa tal.
- Separabla differentialekvationer.
- Linjära differentialekvationer av första ordningen.
- Linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter.
- Vektorer, skalärprodukt, vektorprodukt.
- Räta linjen, planet.
- Matriser.
- Determinanter.
- Linjära ekvationssystem.
- Minsta kvadratmetoden.

Transformteori

- Serier
- Z-transform
- Laplacetransform
- Fourierserier
- Fouriertransform

Referenser

- [1] *Räcker kunskaperna i matematik*, Högskoleverket 1998,
<http://www.hsv.se/publikationer/pdf/matematik.pdf>
- [2] D. Laurillard, *Rethinking University Teaching*
- [3] För ett intressant försvar av föreläsningar i matematik: T. W. Körner, *In Praise of Lectures*
<http://www.maths.mq.edu.au/~chrism/math130/lectures/Lecture.html>
- [4] D. Grouws (ed.) *Handbook for research on Mathematics Teaching and Learning*
- [5] Här finns en omfattande litteratur. Vi väljer att hänvisa till [www.
http://pds.uh.edu/~ichen/ebook/ET-IT/constr.htm](http://pds.uh.edu/~ichen/ebook/ET-IT/constr.htm)
http://carbon.cudenver.edu/~mryder/itc_data/constructivism.html
- [6] F. Marton, L.O. Dahlgren, L. Svensson, R. Säljö *Inläring och omvärlds-
uppfattning*

F. Marton, D. Hounsell, N. Entwistle *Hur vi lär*
- [7] Här finns en omfattande litteratur. Vi väljer att hänvisa till [www.
http://www.gse.buffalo.edu/fas/shuell/cep564/Metacog.htm](http://www.gse.buffalo.edu/fas/shuell/cep564/Metacog.htm)
- [8] A. Schoenfeld i D. Grouws (ed.) *Handbook for research on Mathematics
Teaching and Learning*
- [9] G. Polya, *How to solve it*. Svensk översättning *Problemlösning*
- [10] G.H.Hardy, *A Mathematicians Apology*. Svensk översättning *En matemati-
kers försvarstal*
- [11] Solomon W. Golomb *Mathematics after 40 Years of Space Age*, Mathema-
tical Intelligencer
- [12] K. Eriksson, D. Estep, C. Johnson, *Engineering Mathematics 2000*
- [13] S. E. Liedman, *Ett oändligt äventyr - om människans kunskaper*

Rapporter från Centrum för lärande och undervisning

Före 2001-01-01 gavs rapporter under Pedagogiskt centrum

1. Lönn, A. (1999). *Pedagogisk handledning vid högskola. En studie av pedagogisk handledning vid Sektionen för Väg- och Vattenbyggnad Chalmers Tekniska Högskola.*
Högskolan i Borås, Pedagogiskt centrum.
Rapport nr 1, 1999.
2. Lönn, A. (2000). *Vad förväntas av/väntar handledare och studenter? En enkätstudie om handledares och studenters förväntningar på varandra inför examensarbetet, om deras förväntningar uppfyllts, samt deras beskrivningar av handledningens förlopp.*
Högskolan i Borås, Pedagogiskt centrum.
Rapport nr 2, 2000.
3. Bengtsson, A., Arlebrink, J. & Desaix, M. (2002). *Försöksprojekt i matematik vid Ingenjörshögskolan i Borås.*
Högskolan i Borås, Centrum för lärande och undervisning.
Rapport nr 3, 2002.

Skrifter från Centrum för lärande och undervisning

1. Arvidsson, I. (2001). *En yrkesutbildning som ger kunskap och personlig utveckling genom reflektion*.
Högskolan i Borås, Centrum för lärande och undervisning.
Skrift nr 1, 2001.

Pedagogiskt Centrum

Pedagogiskt centrum har två inriktningar

- Den ena uppgiften är att främja pedagogisk förnyelse vid Högskolan i Borås genom att dels ge högskolepedagogisk utbildning till lärare, dels medverka i utvecklingsprojekt.
- Den andra uppgiften är att stödja studenters lärande genom specifikt studentsupport.

Pedagogiskt utvecklingsarbete

Centret erbjuder introduktionsutbildning för nyanställda lärare, grund- och fortbildning i högskolepedagogik, stöder via konsultverksamhet pedagogiskt utvecklingsarbete samt anordnar seminarier och workshops som komplement till kursutbudet.

Studentsupport

Inom centret finns även stöd för studenters lärande genom specifik studentsupport såsom dyslexi-pedagog och svenska 2-pedagog.

För vidare information, se

http://www.hb.se/ped/ped_centrum/Pedcent.htm