

# SÄRBEGÅVADE ELEVER I MATEMATIK

– HUR DE IDENTIFIERAS, MOTIVERAS OCH  
STIMULERAS

Grundnivå  
Pedagogiskt arbete

Stina Udin Milicevic  
Therese Almqvist

2021-LÄR1-3-G28



HÖGSKOLAN I BORÅS

**Program:** Grundlärarutbildning med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans årskurs 1–3, Borås

**Svenska titel:** Särbegåvade elever i matematik - hur de identifieras, motiveras och stimuleras.

**Engelsk titel:** Gifted students in mathematics - how they are identified, motivated and stimulated.

**Utgivningsår:** 2021

**Författare:** Stina Udin Milicevic och Therese Almqvist

**Handledare:** Daniel Bozi

**Examinator:** Mikael Jensen

**Nyckelord:** Matematik, särbegåvade, särskild begåvning, utmaning, arbetssätt.

---

### **Sammanfattning**

Begreppet begåvning förklaras och som leder vidare till förklaring av begreppet särbegåvade elever inom matematik och dess olika innebörder för att slutligen framhäva vikten av lärarens roll i undervisningen av särbegåvade elever. Vilket har klargjort vissa huvudrubriker vi funnit extra relevanta och betydande för särbegåvade elever inom matematik som studien redogör för.

### **Syfte**

Vårt syfte med studien är att få reda på vad forskningen säger om hur lärare kan identifiera särbegåvade elever samt vad forskningsläget säger om hur lärare kan motivera och stimulera särbegåvade elever i matematikundervisningen?

### **Metod**

Kunskapsöversikten är uppbyggd av en litteraturstudie. Vi har använt oss av metoden databassökning vid framtagning av artiklar och som är grunden till litteraturstudien. De databaser som använts är Eric Proquest, Google Scholar och Primo.

### **Resultat**

Resultatet påvisar att de särbegåvade eleverna ofta är understimulerade. Anledning till det kan bero på att lärare inte har kunskapen för hur de ska göra eller så har de inte tiden för att undervisa på ett differentierat vis. Forskning visar på att de särbegåvade eleverna behöver ett samspel mellan elever, skola samt deras sociala miljö för att lyfta fram deras förmågor på bästa sätt. Det som behövs är mer forskning kring differentiering och hur undervisning för de särbegåvade eleverna kan bedrivas i ett klassrum samtidigt som den vanliga undervisningen. Resultatet visar att det först och främst finns många olika definitioner på vad särbegåvning innebär och att det än i dag inte finns någon entydig definition av begreppet. Forskningen är dock överens om att det finns vissa karaktärsdrag som signifierar särbegåvade elever.

# INNEHÅLL

<b>1 INLEDNING</b> .....	<b>1</b>
1.1 Syfte och frågeställning .....	2
<b>2 HISTORISKT PERSPEKTIV</b> .....	<b>3</b>
2.1 Historisk benämning av begåvning .....	3
<b>3 TEORETISKT PERSPEKTIV</b> .....	<b>4</b>
3.1 Lev Vygotskij och den sociokulturella teorin.....	4
<b>4 UTGÅNGSPUNKTER AV DEFINITIONER</b> .....	<b>6</b>
4.1 Förklaringsmodeller och innebörder av begrepp .....	6
4.1.1 Delfimodellen .....	6
4.1.2 Renzulli .....	6
4.1.3 Mönks .....	7
4.2 Skillnaden mellan särbegåvning och högpresterande elever .....	8
4.3 Karaktärsdrag hos matematiskt särbegåvade elever .....	9
4.3.1 Krutetskii .....	9
4.3.2 Sheffield.....	9
<b>5 METOD</b> .....	<b>11</b>
5.1 Avgränsningar och urval .....	11
5.2 Tabell .....	11
5.3 Metoddiskussion .....	13
<b>6 RESULTAT</b> .....	<b>14</b>
6.1 Forskningsmetoder.....	14
6.2 Karaktärsdrag hos särbegåvade elever .....	15
6.3 Uppväxtmiljö och sociala relationer .....	15
6.4 Lärares påverkan på de särbegåvade eleverna .....	16
6.5 Särbegåvade elever i skolan och deras behov.....	17
6.6 Läroplan och differentiering .....	17
6.7 Rika matematikuppgifter.....	18
<b>7 DISKUSSION</b> .....	<b>19</b>

7.1 Identifiering av särbegåvade elever i matematik.....	19
7.2 Hur motiveras och stimuleras särbegåvade elever i matematik.....	19
7.3 Förslag till fortsatt forskning .....	20
<b>8 SAMMANFATTNING .....</b>	<b>21</b>
<b>9 REFERENSER .....</b>	<b>22</b>

## FÖRORD

*Var stolt över dig själv, du har gjort så gott du kan idag med - citat okänd.*

Vi har arbetat med den här kunskapsöversikten tillsammans hela vägen.

Vi har haft grundtanken att vi gör bäst tillsammans och att vi lyfter varandra, genom det når vi målet.

Artiklarna har vi läst hälften var, men senare under arbetets gång har vi båda läst alla artiklarna då vi upptäckt att det givit bäst resultat till arbetet. Vi har hela tiden suttit med ett delat dokument och stöttat varandra under tiden vi skrivit. Vi har dock skrivit olika delar under tiden, men sedan har vi läst igenom det den andre skrivit för att kunna ge feedback till varandra.

Vi vill tacka vår handledare Daniel Bozi för bra handledning och respons på vårt arbete.

Stina och Therese

## 1 INLEDNING

Det står skrivet i skollagens 1 kap. § 4 (SFS 2010:800) att “utbildningen ska främja alla barns och elevers utveckling och lärande samt en livslång lust att lära”. Detta innebär att skolan och elevernas utbildning ska se till alla elevers olika behov tillgodoses. Eleverna ska ges den stimulans och utveckling de behöver för att utvecklas så långt som möjligt utefter deras individuella förutsättningar. Lagen förtydligar därigenom att även de elever som besitter särskilda förmågor i vilket ämne det än gäller har rätt till undervisning som utmanar eleven på den nivå den befinner sig i (Skolverket 2021).

I 3 kap. 3 § av Skollagen (SFS 2010:800) står det att om eleven når de kunskapsmål som är satta ska de få ytterligare utmaning och stimulans för att nå än längre i sin utveckling. Enligt forskning är det svårt att avgöra när en elev innehar en särbegåvning inom matematik. Internationella studier visar enligt Pettersson (2008) att det är mellan 2–5% av eleverna som anses ha den förmågan.

Under våra VFU-perioder samt på våra ordinarie arbetsplatser har vi uppmärksammat att endel elever blir sittande när de är färdiga med de arbetsuppgifter lärarna har givit dem och ges inte mer konkreta och utmanande uppgifter. Den egna reflektionen vi gör utifrån detta är att de elever som presterar över det normala inom matematiken faller genom stolarna och inte utmanas i den utsträckningen de till synes verkar behöva för att stimuleras under lektionstiden.

Vi känner att vi vill fördjupa oss mer i de särbegåvade eleverna, vad som är signifikant samt hur en lärare kan upptäcka och då även utmana och stimulera dessa elever på bästa sätt. Vi kommer inom snar framtid stå i ett klassrum ansvariga för en klass och med denna studie vill vi lyfta fram vikten av hur vi kan urskilja, stimulera och uppmärksamma de eleverna som visar på en särbegåvning inom matematik. Valet av teori för oss var relativt tydligt när vi hade läst de olika forskningsresultaten. Då det är så tydligt att de särbegåvade eleverna behöver lära sig med andra, i en samhörighet samt utefter deras kunskapsnivå väljer vi att basera vår studie på den sociokulturella teori och då Lev Vygotskij och med hans proximala utvecklingsteori.

Studien kommer klargöra hur forskningen förklarar begrepp, ger förklaringar till vad som karakteriserar särbegåvade elever i matematik och deras behov. Studien synliggör även hur lärare kan identifiera och bemöta de särbegåvade eleverna i undervisningen. Under studiens gång kommer vi använda oss av en del olika begrepp som även forskningen använder sig av vilka kan likställas med varandra. Begreppen som används är särskilt begåvade, särbegåvade och matematiskt begåvade. Vi har valt att i vår kunskapsöversikt utgå utifrån ett större perspektiv med en teoretisk referensram där vi börjar med att förklara innebörden av begrepp och modeller som förklarar och särskiljer matematiskt högpressterande och särbegåvade elever. Vi går vidare med att förklara de karaktärsdrag som enligt forskningen återfinns hos särbegåvade elever. Vidare framhävs behov i undervisningen som lärare behöver vara medvetna om och tillgodose för att elevernas kunskapsnivå ska fortsätta utvecklas.

## **1.1 Syfte och frågeställning**

Syftet med denna kunskapsöversikt är att utifrån forskning ge en djupare kunskap om elever med särskild begåvning inom matematik. Studien kommer att lyfta det valda ämnet ur ett lärarperspektiv för att lärare ska ges möjlighet till bredare och djupare kunskap om särbegåvade elever i matematik samt verktyg för att tillgodose utvecklingen och lärandet utifrån elevernas kunskapsnivå. Studien vill även konkretisera de särbegåvade elevernas olika karaktärsdrag, beteenden samt hur de möts på bästa sätt. Utifrån ovanstående syfte kommer följande frågeställningar att besvaras:

- Vad säger forskningen om hur lärare kan identifiera särbegåvade elever?
- Vad säger forskningsläget om hur lärare kan motivera och stimulera särbegåvade elever i matematikundervisningen?

## 2 HISTORISKT PERSPEKTIV

Vi kommer i den här delen beskriva det historiska perspektiv över hur definitionen av begreppet begåvning har sett ut genom tiderna. Begreppet begåvning har under lång tid ändrats, både sett till namn och vart begåvningen härstammar ifrån.

### 2.1 Historisk benämning av begåvning

Platon beskrev barn med exceptionella kognitiva förmågor som *Himmelska barn* (Wistedt 2007 se Pettersson 2011, s.11). De är de barn som vi i Sverige idag kallar för särbegåvade (Persson 1997 se Pettersson 2011, s.11). Under Platons och Konfucius tid ansåg man att förmågor var en gåva från Gud. På 1500-talet ändrades denna syn till att förmågor var en personlig egenskap. Däremot ansåg man begåvning vara en välsignelse från Gud. År 1537 användes ordet talang första gången och det var i syfte att beskriva intellektuell förmåga. Det individuella perspektivet, att man kan påverka sin egen framgång, fick sitt verkliga genomslag under 1600- och 1700-talet (Pettersson 2011).

En pionjär inom forskning av begreppet begåvning var Terman, där han utgick från IQ-tester. Detta var något som Piaget ifrågasatte, som ansåg att den lärande är aktiv och skapande i sin egen kunskapsprocess. Idag används IQ-tester tillsammans med förmågor till engagemang och kreativitet (Pettersson 2008).

Under 1900-talet och fram till idag pågår fortfarande diskussioner och forskning kring om begåvnings ursprung. Diskussionerna som förs är om det är arv eller miljö, dels om begåvning är generell eller ett specifikt ämne. Även om forskare fortfarande inte är helt överens är de flesta relativt överens om att begåvning är både medfödd och utvecklad (Pettersson 2008).

“Viljan att arbeta hårt med någonting, att öva och utforska under lång tid, kommer inifrån. Sådan inre motivation uppträder i typfallet när det finns en stor medfödd förmåga, under förutsättning att föräldrarna ger tillräckligt med stöd och uppmuntran”. (Winner 1999 se Pettersson 2008, s.18).



### 3 TEORETISKT PERSPEKTIV

I skollagen (Skolverket 2021) som vi även skrev om i inledningen, står det tydligt att skolan ska främja alla elevers utveckling, de ska få stöd och stimulans så att de utvecklas så långt som möjligt. Har elever nått de kunskapsmål som finns ska de ges stimulans så de når en än högre kunskapsnivå. I det här avsnittet kommer vi förklara det teoretiska perspektiv vi valt för vår litteraturstudie vilket är den sociokulturella teorin med forskaren Lev Vygotskij.

#### 3.1 Lev Vygotskij och den sociokulturella teorin

Den sociokulturella teorin kommer från Lev Vygotskij och hans arbete om utveckling, lärande och språk. Vygotskij var intresserad av människor ur ett biologiskt perspektiv, ett sociokulturellt perspektiv och hur dessa två samverkade. Människor är alltid under utveckling och lärandet står aldrig still (Säljö 2014).

Det sociokulturella perspektivet belyser samspelet mellan elever och elever och mellan elever och lärare. Genom det synsättet ges elever möjlighet att ta till sig kunskap och utvecklas vidare genom just samspel med andra. Den sociokulturella teorin belyser också att lärandet sker i samspel mellan vardag och skola då båda delarna ingår i elevernas värld och kunskaperna de lär sig ska användas i båda världarna (Säljö 2014). Ser man på det sociokulturella perspektivet handlar det om hur vi människor kan utveckla våra förmågor som är kulturella, såsom räkna, läsa, lösa problem samt resonera abstrakt (Säljö 2014). Detta kan på ett annat sätt kallas för mediering. Mediering innebär att vi människor använder oss två olika redskap när vi agerar i vår värld, det språkliga redskapet och det materiella redskapet. Det språkliga redskapet handlar om det vi använder för att kommunicera eller tänka med. Det kan vara siffror, specialtecken (+, -, %) eller bokstäver. Säljö (2014) skriver vidare att det materiella redskapet är rent fysiska redskap. Vi behöver telefon för att ringa eller en penna för att skriva. Vygotskij och den sociokulturella traditionen menar att vi människor använder medierande redskap för att förstå och uppleva världen och att det språkliga och det materiella inte går att skilja på. Vi är beroende av båda två och de skapar varandras förutsättningar. Kunskap är både fysiska och praktiska, men vi måste ha reflektion, handling och kunskap för att kunna åstadkomma något. Det sociokulturella perspektivet påtalar att lärande ska ske inom den vanliga skolan men att man där ska finna ett sätt så att eleven når den kunskapsutveckling som eleven har möjlighet till. Samspelet mellan elev och elev samt elev och lärare är det viktigaste och det är genom detta kunskaper växer (Säljö 2014).

Vygotskijs teori innefattar den proximala utvecklingszonen som innebär att lärande sker i samklang med läraren alternativt en kamrat, men det ska vara med någon som är mer kunnig och lärandet är en ständigt pågående process (Säljö 2014). Innebörden av den proximala utvecklingszonen är enligt Vygotskij när en individ behärskar en färdighet eller ett begrepp så är det mycket nära till att individen även behärskar något som är nytt. I proximala utvecklingszonen sker ett lärande där scaffolding är viktigt som ett stöd för utvecklingen. Scaffoldingen bör innefatta frågor och vägledning för att utveckla kunskaper i ett större sammanhang vilket gör att lärandet går framåt och nya kunskaper kan erövas. Diezmann och Watters tar upp att lärande hos elever sker när de arbetar med uppgifter som har högt kognitivt värde och därmed också ligger i elevens proximala utvecklingszon (Diezmann & Watters 2000 se Diezmann 2005, s.53). Även Dimitriadis (2016) tar i sin fallstudie upp vikten av att lära genom den proximala utvecklingszonen och att den kan ge eleverna en högre kunskapsutveckling. Resultatet av processen är ur ett sociokulturellt perspektiv viktig för hur man ser på samspel och lärande. Inledningsvis behöver elever mycket stöttning och hjälp för att tillslut kunna utföra ett genomförande på egen hand (Säljö, 2014). Vi kan själva dra

paralleller till de flesta av artiklarna, genom att de skriver att vikten ligger på att eleverna får stöttning av läraren, skola och hemmet för att komma framåt i sin kunskapsutveckling och att det är en av de viktigaste sakerna för en särbegåvad elev.

## 4 UTGÅNGSPUNKTER AV DEFINITIONER

Under det här avsnittet kommer det redogöras för begreppet begåvning samt det mer nutida, svårdefinierade begreppet särbegåvning. I beskrivningen av begreppet särbegåvning syftar vi till det ur en generell aspekt där det kan återfinns i flera olika kontexter. Vi kommer även ta upp och förklara två olika förklaringsmodeller till hur särbegåvning kan definieras. Skillnaden mellan begreppen högpresterande elever och särskilt begåvade elever kommer att förklaras. I den avslutande delen av det här kapitlet kommer vi inrikta oss på vad särskild begåvning inom matematikämnet innebär. Där redogör vi för detta begrepp och då med två framstående forskare som utgångspunkt med deras syn på vad som karakteriserar särbegåvade elever.

### 4.1 Förklaringsmodeller och innebörder av begrepp

Vetenskapligt är det svårt att ge en tydlig förklaring av begåvningsbegreppet. Pettersson (2011) tar i sin fallstudie upp att i forskningen skiljer många forskare mellan begreppen begåvning och talang. Ziegler beskriver talang som en underkategori av begåvning medan andra exempelvis Mönks anser att det är framstående prestationer inom flera områden som är begåvning eller hög begåvning. Talang förklarar Mönks som en framgång inom ett visst område (Ziegler 2010 se Pettersson 2011, s.12).

Vissa forskare beskriver enligt Persson (1997) begåvning som något som är en medfödd potential och att talang är något som utvecklas vidare från den medfödda potentialen. Nedan kommer tre olika förklaringsmodeller till begreppet särbegåvning vilka beskriver de olika faktorer som påverkar barns utveckling av särskilda förmågor.

#### 4.1.1 Delfimodellen

Denna modell kommer från forskaren Ziegler och innefattar definition av begreppen *talang*, *särbegåvning* och *expert*. Namnet Delfimodellen kommer ifrån oraklet i Delfi (Ziegler 2010 se Pettersson 2011, s.12). Grundstenarna i modellen utgörs av expertutlåtanden om sannolikheten att en viss individ kommer klara utbildningen och vilka resultat man kan förvänta sig av individen. Enligt modellen är definitionen av de tre begreppen följande; *Talang* - "en person som möjligen kommer att uppnå excellent prestationsförmåga i framtiden".

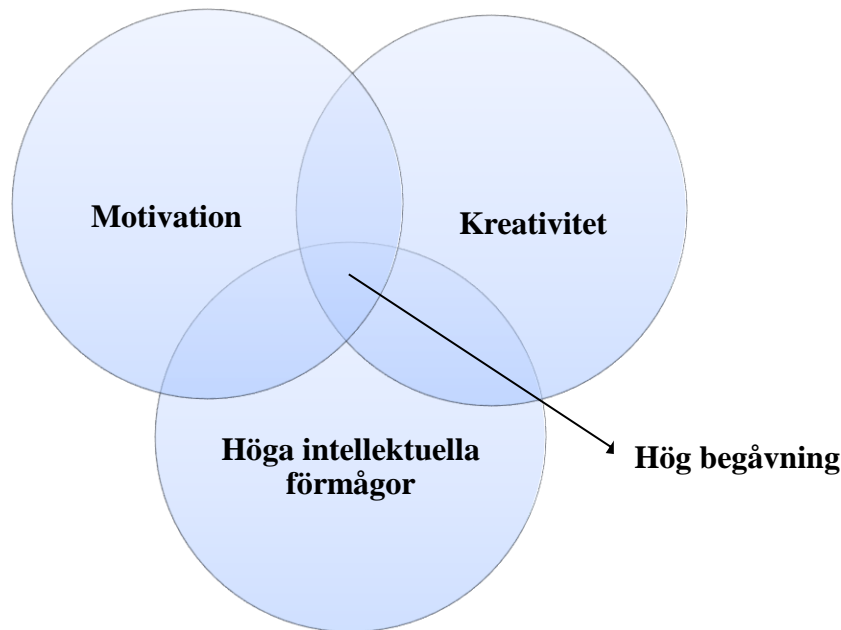
*Särbegåvning* - "en person som sannolikt kommer att uppnå excellent prestationsförmåga i framtiden".

*Expert* - "en person som med säkerhet redan uppnått excellent prestationsförmåga". (Ziegler 2010 se Pettersson 2011, s.12)

#### 4.1.2 Renzulli

Renzulli menar att det är tre personlighetsegenskaper som ligger till grund för särbegåvning och har en egen modell med tre olika ringar med dessa personligheter. De är *kreativitet*, *intellektuella förmågor* samt *motivation* (Renzulli 2005 se Pettersson 2011, s.15).

Renzulli anser att dessa tre personligheter är ömsesidigt beroende av varandra när det gäller begåvade elever. För att en elev ska anses vara särskilt begåvad måste eleverna ha personligheter från alla tre ringar (Hoth 2016).



(Figur 1. Är skapad av oss inspirerad av modell från Wikipedia 2021)

#### 4.1.3 Mönks

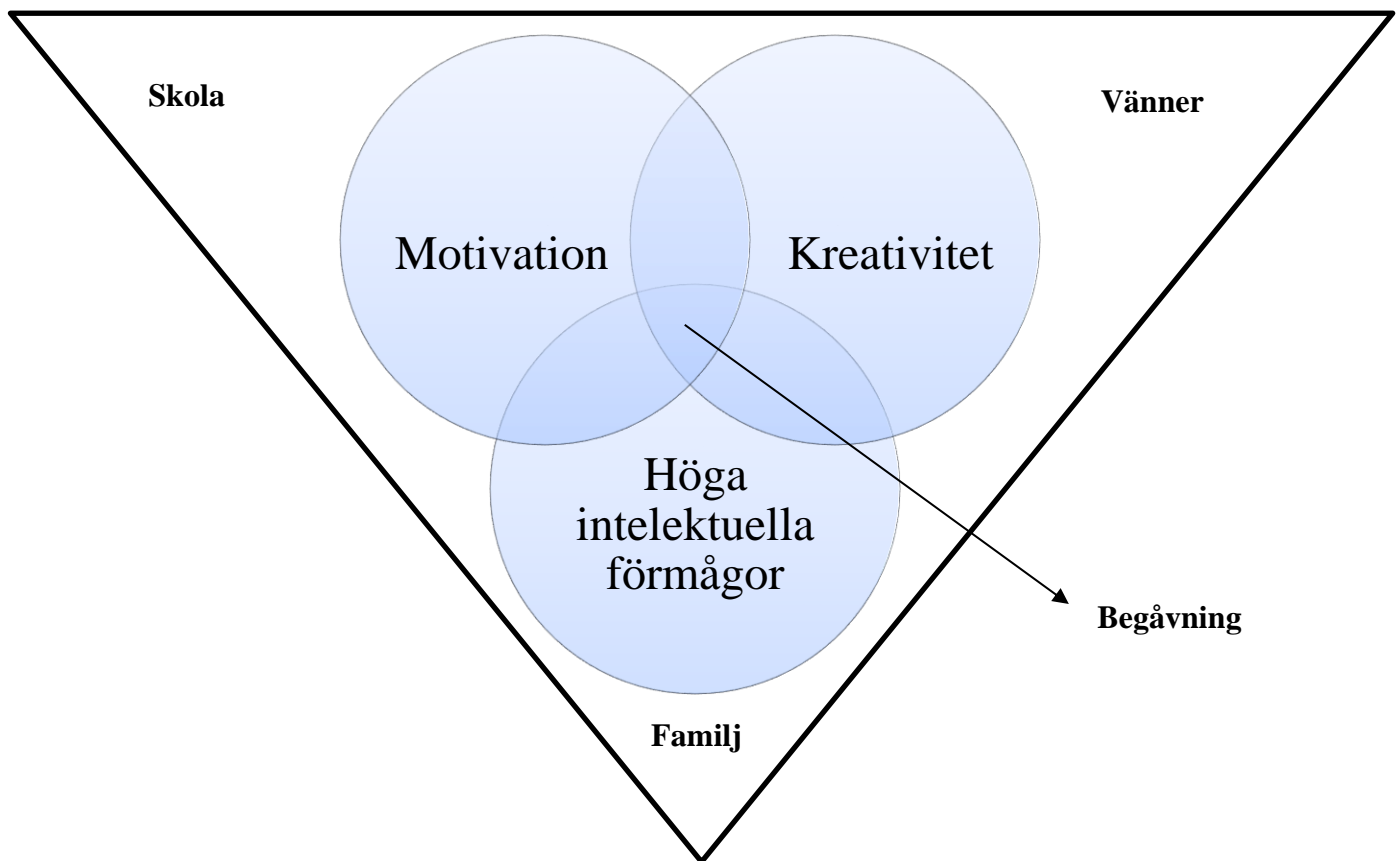
Mönks använder samma personligheter som Renzulli, alltså *kreativitet*, *intellektuella förmågor* samt *motivation* i sin modell för att förklara särbegåvning. Till skillnad från Renzulli har Mönks lagt till tre faktorer från omvärlden som han anser påverkar, vilka är *skola*, *vänner* och *familj*. Alla sex olika faktorer måste samverka för att en elev ska ha en särbegåvning (Pettersson 2017).

*Höga intellektuella förmågor* – eleven har förmågan att använda sitt tänkande och känslomässiga förståelse för att förstå, se samband och kunna räkna ut kommande steg. Utmärker sig genom förmågan att kunna resonera nyanserat, tänka abstrakt samt förstå komplexa idéer.

*Motivation* - eleven har vilja och kraft att slutföra en bestämd uppgift eller ett påbörjat arbete. Eleven är kapabel till att planera, sätta upp mål och se risker innan de kommer.

*Kreativitet* – eleven har en förmåga att hitta lösningar på ett problem på ett originellt och uppfinningsrikt sätt.

Modellen kallas för Mönks triadiska interdependensmodell (se figur 2, s 6). I boken *Att se och möta begåvade barn* förklarar författarna att modellen är uppbyggd av två triader som samspelar med varandra (Mönks & Yapenburg 2009). Vidare skriver författarna att ordet interdependens innebär ömsesidigt beroende och att de olika delarna i de två triaderna i harmoni med varandra är nödvändiga för särbegåvade elevers utveckling. I modellens första triad som representeras av ringar finns anlagsfaktorer som är individens personliga egenskaper. I modellen framställs den yttre triaden som en triangel och innefattar den sociala miljö som personen omges av (Mönks & Yapenburg 2009).



(Figur 2. Är skapad av oss med inspiration av Mönks triadiska interdependensmodell, i Mönks, F. J. Ypenburg, I. H 2009).

#### 4.2 Skillnaden mellan särbegåvning och högpresterande elever

Det är viktigt att skilja på elever med särskild begåvning och högpresterande elever (Pettersson 2017). Begreppet högpresterande skiljer sig från övriga begrepp genom att det syftar på elever som faktiskt presterar på en hög nivå och får bra betyg. Vid jämförelse av elever som är högpresterande med de elever som presterar kring medianvärdet i Sverige, visar jämförelsen att de högpresterande eleverna är mer motiverade att lära sig det ämne de är högpresterande i samt att de har ett bättre självförtroende. Detta både utifrån inre motivation och yttre motivation. Inre motivation innebär intresse för ämnet och yttre betyder nytta med ämnet. Forskning har även visat att det är vanligare att dessa elever är högpresterande i ämnena svenska, matematik och naturvetenskap och då presterar de på en högre nivå i ett av de ämnena (Skolverket rapport 379, 2012). Pettersson (2017) skriver vidare att högpresterande inte behöver vara särskilt begåvade och särskilt begåvade elever inte behöver vara högpresterande. Pettersson refererar till Kokut (1999) i sin bok *Elever med särskild begåvning* där skillnaden beskrivs enligt nedan:

*“de högpresterande är intresserade, har goda idéer, oftast kan svaren, medan de särskilt begåvade är nyfikna, har tokiga idéer och ställer frågor,*

*de högpresterande lär sig snabbt, kopierar, tänker steg för steg och tycker om skolan, medan de särskilt begåvade redan kan, skapar nytt, tänker komplext och tycker om att lära”.*

(Pettersson 2017 s.17).

### **4.3 Karaktärsdrag hos matematiskt särbegåvade elever**

I detta avsnitt kommer olika karaktärsdrag hos matematiskt särbegåvade elever behandlas. Krutetskii studerade barns matematiska förmågor under 12 år, både dess natur och struktur. Krutetskii anser inte att förmågorna är medfödda utan barn har en benägenhet att utveckla förmågorna. Förmågorna utvecklas genom övning, erfarenhet och aktivitet och det som ärvs är i stället förmågan att utveckla förmågorna (Pettersson 2008).

Krutetskii syn på matematiska förmågor kan då kopplas ihop med Lev Vygotskijs syn på lärande, där lärandet sker tillsammans med andra och hela tiden är under utveckling (Säljö 2014). Linda Sheffield är en annan forskare som har präglats mycket av Krutetskii men vill även benämna dem som matematiskt lovande elever. Sheffield (2000) förtydligar att de matematiskt lovande eleverna inte nödvändigtvis besitter alla karaktärsdragen (Pettersson 2008). Persson (1997) beskriver också särbegåvade elever med att det är en individ som kontinuerligt förvånar omgivningen både kunskapsmässigt och med tillvägagångssätt genom sin egen ovanliga förmåga i ett eller flera sammanhang. De olika sammanhangen kan förklaras som en mänsklig prestation, aktivitet eller funktion.

#### **4.3.1 Krutetskii**

Krutetskii föredrar en mångfald av matematiska förmågor och inte en matematisk förmåga. Detta betyder att varje människa har en matematisk förmåga som är utvecklad mer eller mindre. Denna förmåga synliggörs och aktiveras vid just matematisk verksamhet. Det Krutetskii menar är att man måste skilja på “vanlig skolförmåga” och “kreativ matematisk förmåga” (Dahl 2011).

Krutetskii anser att det finns tre olika typer av matematiskt begåvade elever, analytiska tänkare, geometriska tänkare och harmoniska tänkare. De som är analytiska tänkare har en hög logisk matematisk förmåga och en svagare rumslig förmåga. De geometriska tänkarna har tvärtemot, alltså hög rumslig förmåga men är svagare när det gäller logisk-matematisk förmåga. De harmoniska tänkarna har däremot både hög logiska matematisk förmåga och hög rumslig förmåga. Matematiskt begåvade elever kan visa olika mycket intresse och prestera olika beroende på vilken typ av matematiska uppgifter det handlar om (Diezmann 2005). I Dahls (2011) och Petterssons (2008, 2011) studier där metoden fallstudie använts av båda forskarna kan man läsa att Krutetskii haft stor inverkan. Dahl (2011) har i sin studie använt sig av Krutetskii karaktärsdrag i analysen av vilka elever som innehar särskild matematisk begåvning. Vidare förklaras att vilka matematiska förmågor som går att upptäcka enligt Krutetskii karaktärsdrag är beroende på den matematiska aktivitet som genomförs (Dahl 2011). I Pettersson (2008, 2011) tar forskaren upp att Krutetskii haft stor inverkan på studiens genomförande och upplägg. Det beskrivs att eleverna i studien observerades vid problemlösningsaktiviteter för att enligt Krutetskii karaktärsdrag kunna synliggöra elevens matematiska förmågor (Pettersson 2011).

#### **4.3.2 Sheffield**

Linda Sheffield är en forskare som inspirerats av Krutetskii och ger en beskrivning av karaktärsdrag som finns hos matematiskt begåvade elever. Sheffield anser att det finns ett

matematiskt sinne vilket innebär att eleven ser matematik och strukturer i olika situationer där informationen kategoriseras. De känner igen och skapar mönster samt organiserar informationen genom logiskt tänkande. Matematiskt begåvade elever har en matematisk kreativitet vilket innebär att de bland annat kan flytta ett resonemang till en visuell framställning och kan använda sig av unika lösningsmetoder på problem (Sheffield 2003 se Dimitriadis 2016, s.108). Sheffield beskriver också att det finns en matematisk nyfikenhet och uthållighet som de matematiskt begåvade eleverna har vilket gör att de ofta ställer frågor som "Varför?" och "Men om?" (Pettersson 2008). Sheffield poängterar att för att vara matematiskt begåvad så behöver individen inte ha alla dessa karaktärsdrag utan kan ha bara vissa av eller endast något av karaktärsdragen. Vidare är Sheffield's beskrivning av matematiskt begåvade elever till stor del lik Krutetskiis beskrivning vilket visar på att Krutetskiis satt prägeln på forskningen kring matematisk förmåga och att forskare idag på ett eller annat sätt utgår ifrån Krutetskiis beskrivning (Pettersson 2008).

Nedan kommer fyra olika karaktärsdrag som Linda Sheffield säger sig finnas hos särbegåvade elever:

1. "Matematiskt sinne: Dessa individer har en tendens att utforska mönster och pussel och se matematik och struktur i olika situationer.
2. Matematisk formalisering och generalisering: Dessa individer har en tendens att generalisera och använder ofta bara några få exempel; att använda proportionellt resonemang; och att utveckla bevis och andra övertygande argument.
3. Matematisk kreativitet: Dessa individer har förmågan att bearbeta information flexibelt, att vända processer, att lösa problem på unika sätt, att prova ovanliga metoder och att förklara resonemang med tydlighet.
4. Matematisk nyfikenhet och uthållighet: Dessa individer är nyfikna på matematiska förhållanden och har uthållighet att lösa svåra problem utan att förlora sin energi." (Sheffield 2003 se Dimitriadis 2016, s.108)

Dimitriadis (2016) har byggt upp sin studie utefter Sheffield's (2003) karaktärsdrag. Hans studie är en fallstudie där han tagit upp ett specifikt fall där en deltagare visat upp alla fyra typer som Sheffield (2003) beskrivit som typiska för matematiskt begåvade elever. För att vara matematiskt begåvad krävs det dock inte att alla de fyra karaktärsdragen är uppfyllda vilket visat sig stämma i andra fall i studien efter att intervjuer, enkätundersökning och observationer av elever genomförts (Dimitriadis 2016).

## 5 METOD

I denna del kommer vi att beskriva den metod vi har använt oss av för att finna de artiklar vi har utgått ifrån av i vår kunskapsöversikt.

### 5.1 Avgränsningar och urval

Vi började med att välja de sökord vi ansåg var lämpliga och intressanta för vår studie. De sökord som vi landade i var matematisk förmåga, gifted, mathematical abilities, challenge, gifted student. Varför vi valde dessa sökord var för att vi ville ha en begränsning till just ämnet matematik och att eleverna ska en särbegåvning inom ämnet.

Vidare lade vi till primary school och elementary school för att få en avgränsning till vilken årskurs eleverna skulle tillhöra, alltså elever mellan åldrarna 6–12 år. Vi avgränsade även att de artiklarna som vi ville använda skulle vara publicerade mellan åren 2005–2021 då ville ha mer aktuell forskning. Vi gjorde avgränsning med att sökningarna skulle vara peer reviewed. De databaser vi valde att använda oss av var Primo, Eric Proquest och Google Scholar då dessa känns som bra och överskådliga sökbaser.

Första sökningen som vi genomförde gjordes i Eric Proquest, där vi använde sökorden mathematic, gifted och challenge, resulterade i 61 träffar. Vid nästa sökning lade vi till primary school och det gav ett resultat på sju artiklar. I sökning nummer tre tog vi bort sökordet primary school och lade istället till elementary school, avgränsning gjordes med elementary school i sökfältet för avancerad sökning. Den sökningen resulterade i 15 artiklar. I den fjärde sökningen använde vi oss av databasen Primo. Vi använde sökorden mathematics, gifted, challenge och sökningen resulterade i 2231 träffar. Vid nästa sökning lades ordet primary school till och då blev antal träffar 1638, då kom även andra ålderskategorier än primary school med. Därför gjordes nästa sök med att det skulle innehålla challenge, primary school i den avancerade sökningen där primary school skulle vara exakt. Vilket resulterade i 153 träffar. Sökning nummer sju var i Google Scholar. Sökorden var teaching, mathematics, gifted students och gav 22 300 träffar. I den sjunde sökningen använde vi oss också Google Scholar med sökorden “gifted students” “mathematical abilities” “svenska”, sökningen gav 161 träffar varav en för oss användbar svensk artikel.

Till sökning nummer åtta använde vi sökordet “matematisk förmåga” och “särbegåvning” “matematik” för att se om det fanns ytterligare någon svensk artikel då tidigare sökning inte gav oss mer än en artikel. Vi fick då 79 träffar som resulterade i en artikel som vi kunde använda oss av. Vi valde ut de artiklar vi tyckte var relevanta genom att läsa överskriften och sedan artikelns abstract. Utifrån det kom vi fram de till de artiklar vi har läst och analyserat. Tabellen nedan visar vilka det är.

### 5.2 Tabell

Artikel	Författare	Årtal	Land	Databas	Sökord	Metod
Hur matematiska förmågor uttrycks och tas om hand i en pedagogisk praktik	Eva Pettersson	2008	Sverige	Google Scholar	“matematisk förmåga”, “särbegåvning”, “matematik”	Fallstudie: enkätundersökning filmning vid observation intervjuer av elever, föräldrarna och lärarna



Studiesituationen för elever med särskilda matematiska förmågor	Eva Pettersson	2011	Sverige	Google Scholar	“Gifted students” “mathematical abilities” svenska	Fallstudier 10 st 6 var longitudinella - eleverna har följts i 2–5 år 2 enkätundersökningar klassrumsobservationer intervjuer med lärare och skolledning även föräldrar
Problemlösning kan avslöja matematiska förmågor: Att upptäcka matematiska förmågor i en matematisk aktivitet	Tomas Dahl	2012	Sverige	Google Scholar	“matematisk förmåga”, “särbegåvning”, “matematik”	Empirisk studie Utefter tre olika problem - datainsamling Analys av skriftliga resultat och en gruppobservation.
Teaching the Mathematically Gifted: Featuring a Teacher	Roza Leikin	2011	Israel	Primo	Mathematics, gifted, challenge	Innehållsanalys av texter som kommer ifrån den redigerade boken skriven av Karp (2007) om A.R. Mazelis. Jämför lärarens ideer och hans akademiska minnen Intervju
Nurturing Mathematical Promise in a Regular Elementary Classroom: Exploring the Role of the Teacher and Classroom Environment	Dimitriadis Christos	2016	England	Eric proquest	Mathematics, gifted, challenge, primary school	4 oberoende fördjupade fallstudier och 1 enkätundersökning med stängda och öppna frågor. Halvstrukturerade intervjuer med elever och lärare. Observation av klassrumsaktiviteter. Höll på i två år.
Enrichment Curriculum: Essential for Mathematically Gifted Students	Brook Anne McAllister	2008	England	Eric proques	Mathematics, gifted, challenge, elementary school	Observationsstudie

Challenging Mathematically Gifted Primar Students	Carmel Mary Diezmann	2005	Australien	Primo	Mathematics , gifted, challenge	Fallstudie
Professional Competence of Teachers for Fostering Creativity and Supporting High-achieving Students	Jessica Hoth	2017	Tyskland	Primo	Mathematics, gifted, challenge, primary school	2 fallstudier Observation med videoinspelning. Intervju med lärarstudenter. Analys av resultat
Challenges, teachers and gifted learners in mathematics	Enrique Castro, Juan F. Ruiz-Hidalgo och Elena Castro-Rodriguez	2015	Spanien	Primo	Mathematics, gifted, challenge	Fallstudie

### 5.3 Metoddiskussion

Vid vår första sökning fick vi inte en enda träff trots samma sökord som vi har använt oss av vid framtagning av artiklarna. Vid nästa sökning fick vi flera hundratusen. Detta resulterade i att vi bokade ett möte med en bibliotekarie som visade vilka sökbaser vi skulle använda oss av och hur vi kunde göra olika avgränsningar i de olika databaserna. Mötet med bibliotekarien resulterade då att i att vi fortsatte att söka i databaserna Eric Proquest, Primo och Google Scholar. Det vi ville skulle vara med i artiklarna specifikt var att eleverna var särbegåvade då det är inriktningen på vår studie och det skulle vara inom ämnet matematik. Vidare gjorde vi en avgränsning på att de var inom elementary school och primary school, detta för att eleverna skulle vara relativt nära det åldersspann som vi utbildningar oss till. En viktig aspekt var också att artiklarna är skrivna de senaste 16 åren för att det var av vikt för oss att använda oss av nyare forskning till vår kunskapsöversikt.

När vi sedan fick våra träffar gick vi in på artiklarna utefter deras rubrik för att sedan läsa artikelns abstract. Det var relativt många artiklar vi tog bort och inte läste vidare. Det var framförallt för att det var fel inriktning på artiklarna, såsom på bedömning samt vissa valdes också bort på grund av vilken årskurs de behandlade. Vi hade från början tänkt att endast ha med artiklar som handlade om elever i årskurs F-3 men insåg snabbt att vi även kunde ha med högre årskurser då tankesättet var till stor del likadant oavsett ålder.

## 6 RESULTAT

Det här avsnittet börjar med att vi lyfter de forskningsmetoder som använts i de artiklar vi använt oss av i vår kunskapsöversikt. För att sedan fortsätta med att utgå ifrån två olika aspekter som varit framträdande när vi gjort vår kunskapsöversikt. De olika aspekterna är karaktärsdrag som beskriver särbegåvade elever och även lärares påverkan samt val lärare kan göra i undervisningen för att stödja de särbegåvade eleverna i undervisningen i matematik.

### 6.1 Forskningsmetoder

I vår metodanalys till vår kunskapsöversikt kan vi se att forskarna har använt sig av fyra olika metoder vid datainsamling till studierna. Metoderna som använts är fallstudie, empirisk studie, innehållsanalys och observationsstudie. Det visade sig att fallstudie var den metod flest forskare använt sig av, då sex av de totalt nio artiklarna använde just fallstudier. Forskarna har dock byggt upp sina fallstudier på olika sätt men där de flesta har använt sig av observation i klassrummen av elevaktiviteter, intervju med elever, lärare och föräldrar samt enkätundersökningar. Vi har också uppmärksammat att de flesta som använt sig av observation har haft filmning som hjälpmedel för användning i sin analys av observationerna. Pettersson (2011) skriver att valet av fallstudie som metodisk ansats lämpar sig då det är ett komplext fenomen att just identifiera och studera särbegåvade elever i matematik. Vi anser att denna metod har verkat som en bra metod för att få reda på vilka elever i ett klassrum som utnämner sig för att vara särbegåvade, det känns som att denna metod ger ett brett men även djupgående resultat. Då fallstudier kan innehålla både enkätundersökningar, observationer och intervjuer tror vi att det är anledningen till varför de är överrepresenterade och anledningen till att forskare verkar föredra denna metod i de artiklar vi använt i vår litteraturstudie. För att kunna identifiera, stimulera och motivera särbegåvade elever är det viktigt att uppmärksamma de olika karaktärsdrag eleverna kan inneha. Genom fallstudier och de olika metoder som kan användas i denna typ av studie anser vi fallstudier vara lämpliga att använda sig av. Dimitriadis (2016) förklarar att valet av fallstudie i den här typen av forskning är lämplig då fallstudier ger möjlighet att på kort tid genomföra en djupgående undersökning av klassrumsaktiviteter. Vidare förklarar han att fallstudier skapar möjlighet att göra datainsamling på olika sätt vilket förbättrar forskningens kvalitet och därmed trovärdighet och validitet (Dimitriadis 2016). Forskaren lyfter även att användningen av olika metoder för datainsamling i en fallstudie ger en bra insyn i ett vanligt klassrum för att synliggöra behovet hos matematiskt begåvade elever. Informationen kan sedan användas av lärare, rektorer och föräldrar för att på bästa sätt stötta eleven i dess kunskapsutveckling (Dimitriadis 2016). Tomas Dahl (2011) har däremot använt sig av en empirisk studie. Analys av elevresultat efter enskilt arbete med problemlösning gjordes som jämfördes med en mall. Den andra metoden var en strukturerad observation av elever som filmades och därefter analyseras med samma mall som användes i första metoden. Valet av metod förklarar Dahl (2011) med att på grund av den mall som används vid analysen av elevernas svar så kan lärare själva applicera detta i undervisningen för att på så sätt kunna utveckla sina elevers matematiska förmågor då de synliggjorts med hjälp av mallen. Leikin (2011) använder sig av innehållsanalys i sin studie där hon analyserar boken *A.R. Maizelis: In Memoriam* skriven av Karp (2007) om en framstående matematiklärare samt intervjuer med tidigare elever till A.R Maizelis. Analysen visar på förhållandet mellan lärare, elever och undervisningen vilket gör att metoden hon valt är passande för just den typen av undersökning. Brook Anne McAllister (2008) har genomfört en studie med fokus att belysa vikten av en mer anpassad läroplan som stöttar alla elever oavsett kunskapsnivå. Metoden var en observationsstudie där en grupp elever gavs undervisning av annan vuxen än läraren en timme per vecka utanför det ordinarie klassrummet. Med enbart en metod som används i både Leikin (2011) och McAllister (2008)

kan man ifrågasätta om studiens resultat hade blivit annorlunda om fler metoder skulle använts till datainsamlingen.

## **6.2 Karaktärsdrag hos särbegåvade elever**

Utifrån forskningen kan det avläsas att forskningen är relativt enig kring de karaktärsdrag som beskrivs vara signifikanta för särbegåvade elever i matematik. Flertalet studier visar liknande sätt att beskriva karaktärsdragen och utifrån det kan en generell beskrivning dras.

Särbegåvade elever i matematik kännetecknas av en exceptionell resonemangsförmåga och matematiskt minne. Det matematiska minnet kännetecknas av att eleven kan generalisera matematiska samband och därmed har lätt att använda sina tidigare kunskaper vid nya uppgifter. Andra egenskaper som återfinns hos matematiskt begåvade studenter är bland annat: de behärskar innehållet snabbare och vid tidigare ålder än sina jämnåriga klasskamrater, de hoppar över steg vid problemlösning, löser problem på ett oväntat sätt och de är mer benägna att kunna se relationer mellan nya och tidigare problem som lösts (House 1987 se Diezmann 2005, s.51). Vidare beskrivs att matematiskt särbegåvade elever är mer kapabla och gärna väljer att göra matematiska problem mer abstrakta och därmed föredrar att inte använda konkreta hjälpmedel. Elever med särskild begåvning i matematik fokuserar i regel länge på ett problem som eleven finner intressant (House 1987 se Diezmann 2005, s.51). Även i Petterssons (2008) studie återfinns en beskrivning gjord av Bates och Munday (2005) som förklarar att särbegåvade elever karakteriseras av nyfikenhet, frågar mycket och har förmågan att tänka abstrakt. Vidare tas det upp att de har sinne för humor och umgås gärna med vuxna då de kan erfara att ha svårt att hitta vänner i sin egen ålder. De särbegåvade eleverna har också ett bra minne som gör att de kan spara information för att sedan använda den i ett senare sammanhang (Bates & Munday 2005 i Pettersson 2008, s.28).

## **6.3 Uppväxtmiljö och sociala relationer**

Tomas Dahl (2011) tar i sin avhandling upp den amerikanske professorn Benjamin S Blooms studie om elever med särskilda förmågor. Det är viktigt att inte se dessa elever som en homogen grupp trots att de har gemensamma drag både i personlighet och i uppväxtmiljö. De flesta forskare har kommit fram till och är enade om att barns sociala relationer och uppväxt har en stor del i hur deras förmågor yttrar sig. Blooms delstudie (Dahl 2011) som utgår från 20 barn med särskilda förmågor inom matematiken visar att skillnaden mot normalbegåvade barn är hur föräldrar agerar. Föräldrar till barn med särskilda förmågor svarade alltid på deras frågor med stort engagemang och även seriöst, vilket ledde till att barnen ställde fler frågor och då lärde sig mycket på detta vis. Studien visade även att föräldrarna ofta var högutbildade och att föräldrarna värderade utbildning högt. Det ska dock nämnas att föräldrarna inte försökte påverka barnen om intresset för matematik. Pettersson (2008) tar också upp familjens stöd och engagemang som en avgörande betydelse för hur utvecklingen för de särbegåvade elevernas sker. Pettersson (2008) tar liksom Dahl (2011) upp att om föräldrarna låter bli att sätta press på barnen är detta avgörande för hur de kommer att lyckas då pressen inte bidrar positivt till barnens utveckling.

Ett annat gemensamt drag var att dessa barn spenderade mycket tid själva och inte var sociala med andra barn. Mycket av tiden gick åt olika lekar som krävde stor koncentration, såsom legobygge. Pettersson (2008) avhandling tar även upp Termans stora undersökning som genomfördes på mitten av 1900-talet som visar att lärare till elever med särskilda förmågor inte ansåg dem vara ensamma utan mer att de inte hade något gemensamt med sina klasskamrater. Ensamheten, vald eller inte, försvann i vuxen ålder när barnen själva kunde

välja sin umgängeskrets (Burks 1930 se Pettersson 2008, s.31). Dahl (2011) beskriver det på ett liknande sätt. Dessa individer har inte sociala problem utan det är omgivningen, skola, vänner och familj, som inte vet hur de ska bemötas. Problemet som kan uppstå när detta infaller är att de antingen känner ett utanförskap eller så väljer de bort att visa sin förmåga.

De olika studierna som tagits upp i detta stycke kan kopplas ihop med Mönks triadiska interdependensmodell som tar upp vikten av att skola, vänner och familj samverkar för att få fram de särbegåvades förmågor (Mönks & Yapenburg 2009).

#### **6.4 Lärares påverkan på de särbegåvade eleverna**

Under många år har elever med en särbegåvning försummats, detta på grund av att tron har varit att de klarar sig bra själva och att de inte behöver så mycket stöttning. Detta ändrade sig i början av 1980-talet när det började talas om att de har en mångfacetterad natur och kan utveckla sin begåvning. Det har runt om i världen skapats speciella program för dessa elever, dock är diskussionen om hur effektiva programmen är (Dimitriadis 2016). Flertalet forskare tar upp att differentiering är ett didaktiskt gynnsamt val att göra i undervisningen av särbegåvade elever. Johnsson (Johnsson 2000 se McAllister 2008, s.43) påtalar vikten av att läroplanen differentieras för att tillgodose särskilt begåvade elever. Då det finns risk att eleverna förlorar intresse för att lära sig, underpresterar och utåtagerar i klassrummet när deras behov inte blir tillgodosedda. Stepanek (1999) skriver att hjärnan kräver stimulans hos de särbegåvade eleverna för att inläring ska ske på deras högre nivå vilket kan göras med hjälp av differentiering i undervisningen (Stepanek 1999 se Mcallister 2008, s.40).

Sett till forskningen kan vissa slutsatser dras om hur lärares kunskaper har stor påverkan på hur de särbegåvade eleverna ges möjlighet till utveckling i undervisningen vilket är något som Diezmann (2005) tar upp i sin studie. Bristen på utbildning hos lärare och tids- och resursbegränsning i skolorna är ett problem, då det orsakar att elever med matematisk begåvning inte ges tillgång till differentierad undervisning som tillgodoser deras behov. Det är något som Hoth (2016) har undersökt. Hoth (2016) har i sin studie undersökt huruvida lärare har förvärvat kunskaper för att främja kreativitet och undervisa matematiskt begåvade elever efter avslutad högskoleutbildning. Hoth (2016) menar på att det är viktigt att lärare är medvetna om elevernas styrkor, kreativitet och förmågor för att kunna tillgodose elevernas behov i undervisningen. Sammanfattningsvis visas det att för att förstå elevernas matematiska förmåga krävs det att läraren förstår elevernas olika sätt att ta till sig ny kunskap på, kunna identifiera kvalitet och kreativiteten i elevernas olika lösningar. Sett utifrån forskningen så kan slutsatser också dras och liknas med Leikins (2011) förklaring som följer. Leikin (2011) har i sin studie analyserat boken *A.R. Maizelis: In Memoriam* skriven av Karp (2007) till minne av sin kollega A.R Maizelis som under lång tid undervisade särbegåvade elever. Analysen visar på förhållandet mellan lärare, elever och undervisningen, alltså hur undervisningen för de särbegåvade eleverna borde vara, vilka krav som ska ställas på de lärarna som undervisar de särbegåvade eleverna samt vilken utveckling som sker hos de särbegåvade eleverna. Studien av Leikin (2011) visar att

- Undervisningen borde vara; utmanande i form av både intressant och lagom svårt, respektfull, inspirerande, kritisk, kreativ, utmanande, differentiell, glad.
- Lärare ska vara; genuint intresserad av ämnet, ha djup kunskap om matematik, vänlig mot eleverna, kreativ, visa förtroende, flexibel, tålmodig, ha humor, ha en kärlek till ämnet matematik.
- Vilken utveckling som sker hos eleverna; motivation, nyfikenhet, kärlek till ämnet, respekt, snällhet, kreativitet, kritiskt tänkande, uthållighet, humor.

I de studier vi gått igenom ser vi att forskningen är enig om förmågor lärare bör besitta för att identifiera och stimulera särbegåvade elever i matematik. Däremot är Leikin (2011) den forskare som även lyfter fram karaktärsdrag hos läraren som är viktiga i undervisningen av dessa elever och påtalar vikten av förhållandet mellan lärare, elever och undervisningen.

### **6.5 Särbegåvade elever i skolan och deras behov**

I forskning lyfts det fram att det finns ett problem med att elever visar upp tristess i matematikundervisning. Det är ett allmänt problem men för de matematiskt begåvade eleverna innebär det ett större problem eftersom de tycker om utmanande matematiska problem vilket det oftast inte finns tillgång till på deras utbildningsnivå (Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015). Vidare tar Walters och Diezmann upp att matematiskt begåvade elever inte känner något värde av den undervisning som sker i klassrummet då de inte ges någon utmaning vilket leder till att deras lärande blir drabbat (Walters & Diezmann 2000 se Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015, s.86). Matematiskt begåvade elever kan klara sig själva i stor del av undervisningen därför märker inte läraren av de eleverna tillräckligt och därmed ges de inte den tid de behöver för att utveckla sina kunskaper (Miller 1990 se Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015, s.86). Koshy, Ernest och Casey tar i Dimitriadis artikel (2016) upp att särbegåvade elever ofta just har försumrats på grund av att lärare tror att de klarar sig själva (Koshy, Ernest och Casey se Dimitriadis 2016, s.107). Miller förklarar att en del matematiskt begåvade elever inte visar sin talang, inte är intresserade av undervisningen som ges och inte strävar efter att prestera bra vilket leder till att de elevernas förmågor inte upptäcks av läraren (Miller 1990 se Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015, s.86).

Detta kan man koppla ihop med skillnaden mellan högpresterande och särbegåvade elever, där de högpresterande eleverna enligt Pettersson (2017) alltid presterar på en hög nivå men att de särbegåvade presterar när de känner att de blir utmanade och ges undervisning på deras nivå. En annan koppling som kan göras är till den sociokulturella teorin och Lev Vygotskij som framhäver att lärande sker tillsammans med någon som har en högre kunskapsnivå och att det då sker en utveckling av elevens kunskap (Säljö 2014). Därav är det viktigt att de särbegåvade eleverna också ges undervisning i klassrummet som är anpassad efter deras nivå.

### **6.6 Läroplan och differentiering**

Skollagen i Sverige har ett krav att det på huvudman - och skolenhetsnivå bedrivs ett systematiskt kvalitetsarbete. Med detta menas att systematiskt och kontinuerligt följa upp och utveckla utbildningen för eleverna. I detta kvalitetsarbete ingår att särskilt begåvade elever får den stimulans och undervisningen de behöver för att utvecklas så långt som möjligt. Sveriges Kommuner och Landsting (SKL) har tillsammans med sju kommuner 2014 tagit fram en handlingsplan där en målformulering för arbetet med särbegåvade elever tas upp och hur deras kunskap tas tillvara på bästa sätt. Vidare är det varje skola som ska diskutera insatser utefter en handlingsplan (Skolverket 2021).

Forskning visar hur skolor tar sig an läroplanen och hur differentiering skiljer sig mellan olika länder och skolor. Det beror dels på vilken skola forskaren har gjort sin studie på samt vilket land studien är utförd i. Ser man till England är de skyldiga att identifiera elever med en särbegåvning och att utmana dem på sin nivå. Dimitriadis (2016) studie lyfter att flertalet empiriska studier visat att detta inte följs tillräckligt samt att forskning i världen tyder på att det krävs mer studier och forskning kring hur avsaknaden av differentiering är ett problem för

särbegåvade elever. Ser man vidare på England och USA:s utbildningssystem har de under de senaste tjugo åren en högre grad av standardisering och resultatstyrning och detta har möjligt påverkat individualisering och differentiering (Skolverket 2021). Ser man till våra grannländer har Danmark under flera år kunnat erbjuda ett mer avancerat utbildningsinnehåll till elever med särskild begåvning. De kallar det för potentialorienterad undervisningsdifferentiering genom nivågruppering där lärarna ges utbildning specifikt till den åldersgrupp de undervisar i. I Finland erbjuds även där elever kurser till fortsatt berikning, dock nämns inte dessa elever i officiella dokument (Skolverket 2021).

Sheffield (1999) betonar vikten av att särskilda program för särbegåvade elever bör ha en ökad acceleration av läroplanen. Läroplanen bör ha ett mer djup där även eleverna hjälps att göra kopplingar mellan matematiska begrepp (Sheffield 1999 se Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015, s.87). Diezmann (2005) å andra sidan hävdar att elever med matematisk begåvning borde ha ett differentierat program för att deras unika förmågor och inlärningsbehov ska bli tillgodosedda. Artikeln skriven av Brooke Anne McAllister (2008) tar upp Stepaneks studie från 1999 som visar att mellan 35–50% av läroplanen skulle kunna tas bort då den inte tar fram elevernas fulla potential. McAllister (2008) skriver också att de elever som är mest försummade i skolan är de särbegåvade eleverna inom matematik då dessa elever lär sig i en snabbare takt samt presterar på en högre nivå. Studier har visat att de begåvade eleverna får för lite uppmärksamhet och att detta problem kan bero på att många lärare ger sin uppmärksamhet åt elever med lägre förmåga eller att förbereda eleverna inför nationella prov (Moon, Brighton och Callahan, 2003; Westberg et al., 1993; Westberg & Daoust, 2004 se Dimitriadis 2016, s.117).

## **6.7 Rika matematikuppgifter**

Ett i forskningen gynnsamt didaktiskt val för särbegåvade elever är berikning av matematikuppgifter. Berikning innebär att nya och mer avancerade områden introduceras för eleverna där de ges möjlighet till fördjupning i ämnet med hjälp av öppna uppgifter eller problemlösning (Diezmann 2005). Diezmann (2005) tar upp att många matematikuppgifter som särbegåvade elever gör i klassrummet skapar få möjligheter till lärande. Matematikuppgifterna kan delas in i två kategorier, de som har potential att lära något nytt och uppgifter som ger eleverna möjlighet att öva på att använda sig av sin tidigare kunskap för att lösa uppgiften. Berikade matematikuppgifter flyttar fokus på uppgiften från ett öva värde till ett inlärningsvärde för eleven och kan enkelt användas i det ordinarie klassrummet (Diezmann 2005). Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez (2015) forskning tar också upp att läraren kan omformulera de problemlösninguppgifter som löses i klassrummet för att skapa utmanande uppgifter. Teknik som kan användas är att från ett givet problem göra någon form av förändring i egenskaperna hos problemet som gör att problemet blir svårare att lösa. Viktigt vid omformulering av problem är lärarens medvetenhet om vilka egenskaper elevens matematiska talang har så problemet utmanar minst en av de egenskaperna som karakteriserar den matematiska begåvningen (Greenes 1981, Krutetskii 1976, Miller 1990 se Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015, s.90). Sett till forskningen så påvisar det ett resultat att vikten ligger i att som lärare kunna omformulera de matematikuppgifter som klassen arbetar med. Det för att varje individ ska ges möjlighet att arbeta med uppgifter på sin egen kunskapsnivå. Det som framkommer i forskningen är också att forskarna använder sig av olika benämningar för att namnge omarbetningen av matematikuppgifter.

## 7 DISKUSSION

I den här delen kommer vi diskutera det vi tagit upp i resultatdelen kopplat till vår teoretiska referensram. Vi kommer även dra slutsatser som är kopplade till våra frågeställningar, för att sedan göra ett avslutande kapitel med förslag på vidare forskning inom området.

### 7.1 Identifiering av särbegåvade elever i matematik

Forskningen visar via flertalet studier att det finns många karaktärsdrag som är gemensamma för särbegåvade elever. Viktigt är dock att ha med sig att särbegåvade elever inte behöver inneha alla dessa karaktärsdrag för att identifieras som särbegåvad och att de kan uttryckas på olika sätt beroende på individen. I enlighet med Mönks triadiska interdependensmodell (se figur 2. s.6) kan faktorerna i modellen kopplas till elevers karaktärsdrag som är gemensamma för särbegåvade elever, vilka bland annat är hög motivation, nyfikenhet och att de innehar förmåga att göra effektiva beräkningar vilket leder till god problemlösningsförmåga (Mönks & Ypenburg 2009).

Studier har å andra sidan påvisat att särbegåvade elever har ett stort behov av vägledning och stimulans. Får de inte detta av sin lärare är risken att de blir passiva, utåtagerande och tar då inte till vara på sin särbegåvning (Pettersson 2011). De särbegåvade eleverna till skillnad mot högpresterande elever har inte ett behov av att visa sin kunskap i form av bra omdömen eller betyg. Det finns även risk för att dessa elever döljer sin förmåga för att passa in bland kamrater och den sociala miljö de befinner sig i (Dimitradis 2016, Pettersson 2008). Här kan vi dra paralleller till Lev Vygotskij och den sociokulturella teorin om att lärande sker i samspel med andra vilket innebär att det sociala sammanhanget individer befinner sig spelar en viktig roll (Säljö 2014).

Flertalet av den forskning som har gjorts på särbegåvade elever har påvisat att deras uppväxtmiljö påverkar deras kunskapsutveckling. Pettersson (2008) tar upp hur elevens familjestöd och skolsituation är avgörande för utvecklingen hos eleven. Om föräldrar visar uppmuntran och ett stöd kan det ha en avgörande roll. Vidare har studier visat att det även är av stor vikt att skolan och hemmet har en samverkan för att de särbegåvade eleverna ska identifieras och då kunna ges det stöd som de behöver för fortsatt utveckling. Pettersson (2008) tar även upp Csikszentmihalyis studie från 1997 där det påvisas att ska elever med särskilda förmågor få en optimal utveckling ska skolan ha höga förväntningar och tillräckligt med stimulans samt att familjen ska ge stöd och uppmuntran men även kärlek. Denna studie kan visa på likheter med Mönks triadiska interdependensmodell som visar att sociala aspekter är en del för att definiera särbegåvning (Pettersson 2008). Det viktigaste är att skolan är medveten om att det kräver ett bra samarbete mellan lärare, rektor och elever för att komma fram till den mest optimala lösningen för de särbegåvade eleverna (Skolverket 2021).

### 7.2 Hur motiveras och stimuleras särbegåvade elever i matematik

Diezmann (2005) framhäver vikten av att elever med särskild begåvning ges uppgifter som utmanar för att utveckla sina kunskaper. Uppgifter som görs om så de är anpassade till eleven är ett arbetssätt som kallas berikning och är något som Diezmann (2005) och även Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez (2015) beskriver i sina artiklar. I studierna visas att uppgifterna behöver ligga på en högre kunskapsnivå än eleven befinner sig i just nu för att det är på den utmanande nivån som eleven ges möjlighet att utveckla sina kunskaper. I Skolverkets stödmaterial Särskilt begåvade elever tar Mattsson och Pettersson (2021) upp att skolan måste utmana och stötta de särskilt begåvade eleverna då de behöver träna på och lära



sig att komma över trösklar och då också lära sig att hantera eventuell frustration som kan komma med att de stöter på problem när de inte riktigt klara uppgiften på egen hand. Utmanas eleverna med särskilda förmågor inte på en högre nivå än den de befinner sig i kan de senare under studiegången få svårare att hantera de utmaningar som då kräver mer studieteknik och uthållighet (Skolverket 2021). Eriksson och Pettersson (2021) tar i Skolverkets ämnesdidaktiska stöd i matematik upp att läraren kan behöva se utanför den aktuella årskursens centrala innehåll för att hitta rätt innehåll och våga använda varierade metoder i undervisningen för att stödja elevens fortsatta utveckling. Användandet av berikade uppgifter som ett didaktiskt val i undervisningen kan kopplas till Vygotskijs sociokulturella teori med den proximala utvecklingszonen som vi tagit upp i vår teoretiska referensram. Den proximala utvecklingszonen innebär den nivå eleven bör befinna sig på för att utvecklas optimalt vilket vi tidigare nämnt. Forskningen beskriver berikning av uppgifter som ett gynnsamt sätt att arbeta utefter då de särbegåvade eleverna utmanas i både tanken och tillvägagångssätt av berikade och utmanande uppgifter. Leikin (2011) skriver att läraren har en viktig del i hur eleven utvecklas och utmanas. Läraren behöver ha en omfattande ämneskunskap i matematik och hur undervisning ska bedrivas för att eleven ska ges största möjliga lärande. Leikin (2011) tar även upp vikten av lärarens sätt mot eleven, det ska vara med mycket glädje men läraren ska ändå ställa krav på eleven.

### **7.3 Förslag till fortsatt forskning**

Flertalet av den forskning som har lästs under vår kunskapsöversikt visar att det behövs mer forskning kring ämnet särbegåvade elever. Svårigheten som många studier tar upp är hur de särbegåvade eleverna ska definieras. Detta leder då till att läraren har i sitt klassrum svårt att särskilja dessa elever från normalbegåvade elever och det leder till att läraren inte utmanar och stimulerar de särbegåvade eleverna på rätt sätt. Ett annat problem som många studier tar upp är hur utmaningen och stimulansen för de särbegåvade eleverna ska ske. Om det är varje lärare som skall planera uppgifter som är i deras nivå eller om varje skola tillsammans ska organisera undervisning som sker utanför det ordinarie klassrummet. Det här styrks av som skrivet tidigare om Dimitriadis (2016) studie som påvisar behoven av mer forskning kring just differentiering och behovet av annan undervisning för de särbegåvade eleverna.

Som en uppföljning till vår litteraturstudie anser vi det vore oerhört intressant att få fördjupa oss vidare genom att undersöka hur lärare och rektorer på olika skolor arbetar med de särbegåvade eleverna och hur de organiserar så att eleverna ges utmaning på rätt nivå och utvecklas optimalt i deras skolgång.

## 8 SAMMANFATTNING

Vi har under arbetet med vår kunskapsöversikt uppmärksammat att användningen av fallstudier i forskningen kring särbegåvade elever i matematik är den metod som är vanligast förekommande. Slutsatser vi kan dra utifrån det är att forskningen är enig att fallstudier lämpar sig väl på grund av att metodens breda innehåll gör det möjligt att identifiera elever samt undersöka hur olika arbetssätt stimulerar och motiverar eleverna.

En slutsats som kan dras utifrån artiklarna är att alla särbegåvade elever är olika varandra, precis som alla människor, men det finns karaktärsdrag som återfinns hos de flesta matematiskt särbegåvade eleverna (Pettersson 2008). Karaktärsdragen som tas upp för de matematiskt särbegåvade eleverna är många men för att vara särbegåvad behöver du inte besitta alla karaktärsdragen för att anses vara särbegåvad inom matematik (Diezmann 2005). Matematisk kreativitet och bra problemlösningsförmåga är egenskaper som studierna har visat är gemensamma. Artiklarna undersöker och tar även upp bristen på utbildning hos de lärare som undervisar särbegåvade elever. Där vikten ligger på lärarens kunskap att kunna identifiera elevernas styrkor och förmågor för att tillgodose elevernas behov och därmed ge dem den fortsatta utveckling de behöver (Hoth 2016). Forskningen lyfter fram att särbegåvade elever kan uppvisa tristess och på grund av det bli utåtagerande i undervisningen om de inte blir tillräckligt utmanade (Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015). Elevernas lärande blir då begränsat och de uppfyller inte hela sin kapacitet. De strävar inte efter bra omdömen eller betyg och visar inget intresse för undervisningen vilket leder till att deras förmågor inte upptäcks (Miller 1990 se Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015, s.86).

Forskningen visar på didaktiska val som kan göras i undervisningen för de särbegåvade eleverna vilket kan innebära berikning av matematikuppgifter, olika grupperingar och differentiering (Castro, Ruiz-Hidalgo och Castro-Rodriguez 2015). Tidsbristen hos lärare resulterar att de särbegåvade eleverna i många fall inte får tillräckligt med uppmärksamhet och de får då arbeta med det material och den undervisning som de normalbegåvade eleverna får (Pettersson 2008, Dimitriadis 2016).

## 9 REFERENSER

Castro, E. Ruiz-Hidalgo, J F. & Castro-Rodriguez, E. (2015). *Challenges, teachers and gifted learners in mathematics*. *Aula*, 21, ss.85–104.  
DOI: 10.1080/02783193.2016.1150375

Dahl, T. (2011). *Problemlösning kan avslöja matematiska förmågor: Att upptäcka matematiska förmågor i en matematisk aktivitet*. Lic.-avh. Växjö : Univ.: 2011.  
Urn: nbn:se:hkr:diva-9239

Diezmann, Carmel M. (2005) *Challenging Mathematically Gifted Primary Students*: *Australasian Journal of Gifted Education* 14(1), ss. 50–57.

Dimitriadis, C. (2016) *Nurturing Mathematical Promise in a Regular Elementary Classroom: Exploring the Role of the Teacher and Classroom Environment*. Vol 38, Iss 2, ss. 107–122.  
DOI:10.1080/02783193.2016.1150375

Hoth, J., Kaiser, G., Busse, A. (2016). *Professional competences of teachers for fostering creativity and supporting high-achieving students*. *ZDM Mathematics Education* 49, 107–120.  
DOI: 10.1007/s11858-016-0817-5

Leikin, R. (2011). *Teaching the Mathematically Gifted: Featuring a Teacher*. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology education*, 11(1), ss. 78–89.  
DOI: 10.1080/14926156.2011.548902

McAllister, B A. & Plourde, L A. (2008).  
*Enrichment Curriculum: Essential for Mathematically Gifted Students*.  
*Education* 129(1), ss. 40–49.

Mönks, F. J. Ypenburg, I. H. (2009). *Att se och möta begåvade barn*. Stockholm: Natur och Kultur.

Persson, R. (1997). *Annorlunda land: särbegåvnings psykologi*. 1. uppl. Stockholm: Almqvist & Wiksell

Pettersson, E. (2008). *Hur matematiska förmågor uttrycks och tas om hand i en pedagogisk praktik*. Lic.-avh., Växjö : Universitet.  
Urn:nbn:se:vxu:diva-2549

Pettersson, E. (2011). *Studiesituationen för elever med särskilda matematiska förmågor*. Diss. Växjö : Linnéuniversitetet.  
Urn:nbn:se:lnu:diva-11578

Pettersson, E. (2017). *Elever med särskild begåvning*. Stockholm: Natur & Kultur.

SFS 2010:800. Skollag. Stockholm: Utbildningsdepartementet.  
[https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/skollag-2010800\\_sfs-2010-800](https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/skollag-2010800_sfs-2010-800) [2021-04-20].

Skolverket (2012). *Högpresterande elever, höga prestationer och undervisningen*.

<https://www.skolverket.se/getFile?file=2929> [2021-04-16].

Skolverket (2021). *Särskilt begåvade elever*.

<https://www.skolverket.se/skolutveckling/inspiration-och-stod-i-arbetet/stod-i-arbetet/sarskilt-begavade-elever> [2021-04-16].

Säljö, R. (2014) Den lärande människan-/teoretiska traditioner. I Lundgren, U. Säljö, R. & Liberg, C. (red.). *Lärande, skola, bildning: [grundbok för lärare]*. tredje [reviderade och uppdaterade] utgåvan Stockholm: Natur & kultur: Btj, ss. 137–195.



# HÖGSKOLAN I BORÅS

Besöksadress: Allégatan 1 · Postadress: 501 90 Borås · Tfn: 033-435 40 00 · E-post: [registrator@hb.se](mailto:registrator@hb.se) · Webb: [www.hb.se](http://www.hb.se)