

ELEVERS FÖRSTÅELSE FÖR LIKHETSTECKNETS FUNKTION I MATEMATIK

– EN KUNSKAPSÖVERSIKT

Grundnivå
Pedagogiskt arbete

Alexandra Benkowski
Cecilia Nilsson

2021-LÄR1-3-G09



HÖGSKOLAN I BORÅS

Program: Grundläroarutbildning med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans årskurs 1–3

Svensk titel: Elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik

Engelsk titel: Students understanding of the equal sign in mathematics

Utgivningsår: 2020

Författare: Alexandra Benkowski och Cecilia Nilsson

Handledare: Jörgen Frostlund

Examinator: Marie Fahlén

Nyckelord: Matematik, likhetstecknet, elever, förståelse, missuppfattningar

Sammanfattning

Elevers förståelse för likhetstecknets funktion skiljer sig åt och påverkar elever i deras matematikutveckling. I 1 kap. 4 § av Skollagen (SFS 2010:800) står att skolväsendet “ska främja alla barns och elevers utveckling och lärande samt en livslång lust att lära”. Matematik är ett kärnämne i det svenska skolväsendet och genomsyrar elevers vardag och fortsatta liv. Matematik utvecklar människors logiska tänkande och hjälper dem att lösa problem i vardagen.

Syftet med kunskapsöversikten är att kartlägga vad som kännetecknar tidigare forskning om elevers i grundskolan (F-9) förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Kunskapsöversikten synliggör vilka missuppfattningar som finns om likhetstecknets funktion och hur de påverkar elevers matematikutveckling. Frågeställningarna som kunskapsöversikten bygger på är:

- Vad kännetecknar forskningen om elevers förståelse för likhetstecknet funktion i matematik?
- Vad säger forskningen om hur elever påverkas i sin matematikutveckling av de missuppfattningar som de har om likhetstecknets funktion i matematik?

Vi valde att följa en urvalsprocess som underlättade vår sökning i databaserna efter relevanta artiklar. Litteratursökningen resulterade i nio artiklar som sammanställdes i en matris och utgör grunden för kunskapsöversikten. Artiklarna analyserades utifrån syfte, frågeställning, definition av likhetstecknet, metod/urval, resultat och svaghet/styrkor. Valet att sammanställa artiklarna under olika kategorier gav oss en klarare bild av hur forskningsfältet ser ut.

Resultatet visar på att det sker missuppfattningar i många elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Den vanligaste missuppfattningen är att elever ser likhetstecknet som en operativ symbol. De uppfattar då likhetstecknet som en symbol vars innebörd är *att göra något*. Den operationella förståelsen för likhetstecknets funktion kan hämma elever i deras matematikutveckling. Inom det algebraiska området i matematik kan den operationella förståelsen begränsa elever eftersom de har en ofullständig kunskap om att likhetstecknet symboliserar ekvivalens. Om elever istället har en relationell förståelse för likhetstecknets funktion kommer det påverka dem positivt i deras matematikutveckling. Den relationella förståelsen innebär att två kvantiteter på bägge sidorna av likhetstecknet ska vara lika. Den relationella förståelsen bidrar till att elever får en korrekt uppfattning för likhetstecknets funktion.

Kunskapsöversiktens artiklar har sitt ursprung i olika länder. Likväl överensstämmer resultaten i att det förekommer en bristfällig förståelse för likhetstecknets funktion hos många elever. Den bristfälliga förståelsen påverkar elevers matematikutveckling.

Förord

I utformningen av kunskapsöversikten har arbetet skett i ett nära samarbete. Vår upplevelse under processens gång är att det nära samarbetet varit till en fördel och underlättat vårt arbete. Våra tidigare erfarenheter och sätt att se på saker ur olika synvinklar har lett till att vi kompletterat varandra. Under djupläsningen av artiklarna bidrog det gemensamma arbetet till att texterna tolkades ur olika perspektiv. När oklarheter uppstod kunde vi föra diskussioner vars beslut ledde processen framåt i en positiv riktning. Vi har gemensamt genomfört kunskapsöversiktens olika delar. Det valet grundar sig i viljan att skapa en text med en tydlig röd tråd där textens helhet formas av våra varierande sätt att skriva.

Vi vill tacka vår handledare Jörgen Frostlund som stöttat oss under arbetets gång. Vi vill även tacka varandra för det goda samarbetet som bidragit till en god motivation och lustfyllt skrivande i processens olika delar.

Alexandra Benkowski och Cecilia Nilsson

Högskolan i Borås 19 december 2020

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Förord	II
INLEDNING	1
SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNING	2
METOD	2
Informationssökning	2
Urval	4
Kartläggning och analys.....	5
RESULTAT	6
Definition av likhetstecknet	6
Artiklarnas relevans och tillvägagångssätt	7
Syfte.....	8
Frågeställningar	9
Metod och urval	9
Artiklarnas resultat	11
Sammanfattning av artiklarnas resultat	13
FÖRDJUPAD ANALYS	13
Sammanfattning fördjupad analys	15
DISKUSSION	15
Kort sammanfattning av huvudresultatet	15
Resultatdiskussion	15
Metoddiskussion.....	16
Styrkor och svagheter inom forskningsområdet	17
Praktisk tillämpning	19
Framtida forskning	20
Slutsats	21

INLEDNING

Varför är det viktigt med en kunskapsöversikt om elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik? I den svenska *Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011* (Lgr11) (2019) i matematik står följande kunskapskrav för godtagbara kunskaper i slutet av årskurs 3: “Eleven kan hantera enkla matematiska likheter och använder då likhetstecknet på ett fungerande sätt.” (s. 5). Läroplanens kunskapskrav strävar mot att elever ska kunna använda likhetstecknet på ett fungerande sätt. Därför är det av relevans att studera vad kännetecknar den tidigare forskningen om elevers förståelse för likhetstecknets funktion. I Lgr11 (2019, s. 57) centrala innehåll för årskurs 1–3 står det att undervisningen i matematik ska innehålla algebra med matematiska likheter och likhetstecknets betydelse. Kunskapsöversiktens resultat kan underlätta för lärare i deras planering i matematik eftersom den synliggör hur elever förstår likhetstecknets funktion. Skolan som verksamhet ska främja alla elevers utveckling och lärande. Om elever ska utvecklas i matematik krävs det en medvetenhet om deras förståelse för likhetstecknets funktion.

Vi har under vår lärarutbildning uppmärksammat att många elever har svårigheter med att förstå likhetstecknets funktion i matematik. De uppgifter som elever möter i matematik om likhetstecknet kräver ofta ett svar. Vi ser att elever har svårigheter för öppna utsagor. I ett exempel där $5+5=_+6$ missförstår många elever uppgiften och svarar 10 istället för 4. De svårigheter som många elever visar kan bero på att de inte uppfattar likhetstecknet som en relationssymbol. Många av de lärare vi mött som undervisar i årskurs F-3 vittnar om att det sker missuppfattningar i elevers sätt att förstå likhetstecknets funktion. De har förklarat att flertalet elever har svårt att se likhetstecknet som en symbol där två kvantiteter ska vara lika. Elever vill utföra en beräkning när de ser symbolen. Med anledning av det som nämnts är det relevant att se vad forskningen visar om hur elever förstår likhetstecknets funktion i matematik.

De missuppfattningar som vi nämnt ovan stämmer väl överens med det som Sterner (2012) och Häggström, Persson och Persson (2012, ss. 129–130) synliggör i sina beskrivningar. De förklarar att elever påverkas i sin matematikutveckling om de brister i förståelsen för likhetstecknets funktion. Därför är det viktigt att göra en kunskapsöversikt om elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Sterner (2012) lyfter fram att många elever i årskurs 1–6 har missuppfattningar om likhetstecknets funktion i matematik. Dessa elever saknar kunskap om likhetstecknet som en relationssymbol. Definitionen relationssymbol betyder att kvantiteten ska vara lika på bägge sidorna av likhetstecknet. Istället förstår eleverna likhetstecknet som en symbol vars innebörd är *att göra något* i en beräkning. De ser likhetstecknet som en symbol vilken följs av ett resultat. Häggström, Persson och Persson (2012, ss. 129–130) bekräftar de missuppfattningar som Sterner beskriver. De exemplifierar matematikuppgifter som elever möter i skolan. Ett exempel är uppgiften $A+B=$ __. Den är uppbyggd av två givna tal och ett räknesätt där resultatet är okänt och blir givet när beräkningen är utförd. Det i sin tur resulterar i att många elever får en operationell förståelse för likhetstecknets funktion i matematik.

Inför kommande yrkesroll som grundskolelärare i årskurs F-3 är det av relevans att undersöka vad som kännetecknar forskningen om elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Den här kunskapsöversikten ger verksamma lärare en möjlighet att öka sin kunskap om elevers förståelse för likhetstecknet. Skolan som en verksamhet behöver vara medveten om hur elever påverkas av deras förståelse för likhetstecknets funktion. En medvetenhet behövs för att möjliggöra att varje elev utvecklas och får de kunskaper som krävs inom matematik.

SYFTE OCH FRÅGESTÄLLNING

Kunskapsöversiktens syfte är att undersöka vad som kännetecknar forskningen om elevers i grundskolan (F-9) förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. I en djupare analys redogörs för om och i så fall hur, missuppfattningarna påverkar elever i deras matematikutveckling. Vi kommer utifrån det resultat som kunskapsöversikten får diskutera den praktiska relevansen av översiktens resultat. Vi kommer även ge förslag på ytterligare forskning inom området.

Frågeställningarna som kunskapsöversikten bygger på är:

- Vad kännetecknar forskningen om elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik?
- Vad säger forskningen om hur elever påverkas i sin matematikutveckling av de missuppfattningar som de har om likhetstecknets funktion i matematik?

METOD

I nedanstående text beskrivs hur informationssökningen gått tillväga och hur urvalet av artiklar till kunskapsöversikten ser ut. Till sist beskriver vi tillvägagångssättet för kartläggning och analys av artiklarna.

Informationssökning

I kunskapsöversikten har vi valt att följa Eriksson-Barajas, Forsberg och Wengströms (2013, s.83) sex steg i en urvalsprocess. Vi valde bort ett av stegen då det inte var relevant för vår kunskapsöversikts urval av artiklar. Det fjärde steget var att söka efter ej publicerade artiklar på egen hand. Vi ville endast ha publicerade och granskade artiklar i kunskapsöversikten. Det första steget i processen innebar att välja ett intresseområde. Vi har med oss upplevelser från den verksamhetsförlagda utbildningen i hur elever har svårigheter för likhetstecknets funktion. Dessa upplevelser och vårt gemensamma intresse för matematik har i sin tur lett till kunskapsöversiktens frågeställningar.

Sökprocessen är genomförd i databaserna ERIC (ProQuest), PRIMO, DiVA och GOOGLE SCHOLAR. Den första sökningen i PRIMO gjorde vi med sökorden *matematik* och *likhets**, vi trunkerade med * för att få fler träffar inom sökområdet. Alla sökningar avgränsas med valet "*peer reviewed*" eftersom resultatet endast skulle visa granskade artiklar. Avgränsningen garanterar att artiklarna vilar på en vetenskaplig kvalitet. I sökningarna användes den booleska operatorm "AND", det valet gjorde vi utifrån Eriksson-Barajas, Forsberg och Wengströms (2013, ss.78–79) beskrivning av hur booleska operatörer bidrar till att sökningen får med sig båda sökordens referenser. Inga sökresultat framkom och av den anledningen valde vi att utgå från engelska sökord.

Vid den andra sökningen använde vi sökorden *mathematics* och *equal sign* i PRIMO, det gav ett resultat på 113 934 träffar. Sökningen begränsades ytterligare med att urvalet artiklar inte skulle vara publicerade före år 2015. Ytterligare sökord som *primary school*, *classroom* och *teaching* tillkom i den tredje sökningen. Det gav ett resultat på 1 350 träffar. De sökorden valde vi utifrån kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar. I sökningarna skulle artiklarna vara riktade mot grundskolan (F-9) och elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Sökresultatet bidrog till att vi valde att ta nästa steg i urvalsprocessen. Det innebär att sortera ut relevanta artiklar genom att läsa dess titlar. Artiklarnas titlar skulle rikta sitt innehåll mot likhetstecknet, grundskolan (F-9) och matematik. Det gav ett resultat på 19 artiklar. Vi läste

sammandragen för att se om innehållet var relevant mot kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar. Av dem sparades sju artiklar.

För att se om det fanns ett bredare urval av artiklar valde vi att söka i fler databaser. I nästa sökprocess användes databasen ERIC (ProQuest). Sökorden var *mathematics, equal sign, primary school, classroom* och *teaching*. Sökningen gav sju träffar och efter att vi läst sammandragen behöll vi tre intressanta artiklar.

I den sista sökningen använde vi databasen DiVA med svenska sökord för att se om det fanns svenska artiklar inom forskningsområdet. Sökorden var *likhets** och *matematik*. Resultatet gav en träff och efter att läst sammandraget blev beslutet att behålla artikeln.

Under läsningen av de valda artiklarna uppmärksammade vi att endast fyra artiklar svarade mot kunskapsöversiktens frågeställningar. Sökningen utökades i ett försök att hitta mer relevanta artiklar med sökorden *equal sign* och *understanding* i databasen Google scholar. Vi valde att sätta *equal sign* inom citationstecken, för att öppna upp möjligheten att hitta artiklar där *equal sign* ses som en exakt fras. Nilholm (2017, ss. 39–40) synliggör hur avgränsningar kan användas i sökningar där begrepp och ord kan betyda olika saker. Genom frassökningen begränsade vi sökfältet. Sökordet *equal sign* är inte ett sammansatt ord i engelskan och kan påverka sökresultatet. Resultatet gav elva träffar vars titlar var intressanta. Efter att läst sammandraget kvarstod tre artiklar som sparades för djupläsning.

Urvalsprocessen resulterade i sex sparade artiklar. Ett större urval av artiklar efterfrågades. Vi gjorde en manuell sökning utifrån intressanta referenser som var relevanta mot kunskapsöversiktens frågeställning. Eriksson- Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s. 74) förklarar hur en manuell sökning kan ske genom att studera en artikels referenslista. Sökningen kan leda till relevanta artiklar. För att fastställa att artiklarna från den manuella sökningen var *peer reviewed* kontrollerades de i en sökmotor. Det resulterade i tre artiklar som vi sparade för djupläsning. Litteratursökningen ledde till totalt nio artiklar, vilka kunskapsöversikten bygger på. En ytterligare beskrivning av litteratursökningen visas i tabell 1 nedan.

Tabell 1-översikt av litteratursökning

Sökmotor	Sökord	Booleska operatörer	Avgränsningar	Antal träffar	Intressanta träffar
Primo	Likhets*, matematik	AND	Peer reviewed	0	0
Primo	Mathematics, equal sign	AND	Peer reviewed	113 934	
Primo	Mathematics, equal sign, primary school, classroom, teaching	AND	Peer reviewed, 2015	1 350	7
Eric Proquest	Mathematics, equal sign, primary school, classroom, teaching	AND	Peer reviewed	7	3
DiVa-portal	Likhets*, matematik	AND	Referee granskat	1	1

Google Scholar	Equal sign, understanding, peer reviewed		2015	1740	13
Manuell sökning			Peer reviewed		3

Urval

Informationssökningen resulterade i nio relevanta artiklar till kunskapsöversikten. Artiklarna sammanställdes i en matris (se bilaga 1). En orsak till att vissa artiklar föll bort i urvalsprocessen var att studien bestod av gymnasieelever. Vi ville att forskningen skulle rikta sig mot grundskoleelever i årskurs F-9. Andra orsaker var att artiklarnas innehåll och upplägg inte var relevant mot kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar.

Under sökprocessen gjorde vi en avgränsning där enbart artiklar som var publicerade från år 2015 skulle visas. Avgränsningen använde vi för att minska antal träffar i sökningen. Sökningarnas träffar resulterade inte i ett tillräckligt stort urval av artiklar. Under läsningen av artiklarna fann vi många intressanta referenser. Vi valde därför att göra en manuell sökning. Den bidrog till att vi fann ytterligare relevanta artiklar som svarade mot kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar.

Kunskapsöversiktens artiklar har en geografisk spridning och sträcker sig över olika världsdelar. Urvalet av artiklar är publicerade mellan åren 2006–2019. Artiklarnas författare, titel, årtal, publiceringsdata och ursprungsland sammanställdes i en tabell (se tabell 2 nedan).

Tabell 2-Översikt artiklar

Författare/årtal	Artikels namn	Publicerings data	Ursprungsland
1. Vincent, Jill, Bardini, Caroline, Pierce, Robyn, Pearn, Catherine (2015)	Misuse of the Equals Sign: An Entrenched Practice from Early Primary Years to Tertiary Mathematics	<i>Australian Senior Mathematics Journal</i>	Australien
2. Fischer, Jean- Paul Sander, Emmanuel Sensevy, Gérard Vilette, Bruno Richars & Jean-François Richard (2019)	Can Young Students Understand the Mathematical Concept of Equality? A Whole-Year Arithmetic Teaching Experiment in Second Grade	<i>European Journal of Psychology of Education.</i>	Frankrike
3. Vermeulen, Cornelis & Meyer, Bronwin (2017)	The Equal Sign: Teachers' Knowledge and Students' Misconceptions	<i>African journal of research in mathematics, science and technology education.</i>	Sydafrika

4. Eriksson, Inger, Boman, Adolfsson, Marianne, Jansson, Anders, Hverven, Mona & Tambour, Torbjörn (2013)	Att introducera likhetstecknet i ett algebraiskt sammanhang för elever i årskurs 1	<i>Forskning om undervisning och lärande.</i>	Sverige
5. Eichhorn, Melinda S, Perry, Lindsey E & Brombacher, Aarnout (2018)	Students' Early Grade Understanding of the Equal Sign and Non-Standard Equations in Jordan and India	<i>International Journal of Research in Education and Science.</i>	Jordanien och Indien
6. Capraro, Robert M, Capraro, Mary Margaret, Yetkiner, Z. Ebrar, Özel, Serkan, Kim, Hae Gyu & Küçük, Ali Riza (2010)	An international comparison of grade 6 students' understanding of the equal sign	<i>Psychological reports.</i>	Sydkorea och Turkiet
7. Stephens, Ana C, Knuth, Eric J, Blanton, Maria L, Isler, Isil, Gardiner, Angela Murphy & Marum, Tim (2013)	Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings	<i>The Journal of mathematical behavior.</i>	USA
8. McNeil, Nicole. M, Grandau, Laura, Knuth, Eric. J, Alibali, Martha. W, Stephens, Ana. C, Hattikudur, Shanta & Krill, Daniel. E (2006)	Middle-school students understanding of the equal sign: The books they read can't help	<i>Cognition and instruction.</i>	USA
9. Byrd, Caroline E, McNeil, Nicole M, Chesney, Dana L & Matthews, Percival G (2015)	A specific misconception of the equal sign acts as a barrier to children's learning of early algebra	<i>Learning and individual differences.</i>	USA

Kartläggning och analys

Kunskapsöversiktens artiklar kartlades och analyserades i en matris (se bilaga 1). Artiklarnas relevans stämde väl överens med kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar. Vi valde att djupläsa varje artikel då Eriksson- Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s. 32) synliggör att artiklarna kunskapsöversikten bygger på ska kritiskt utvärderas och bedömas utifrån kvalitet. Nilholm (2017, ss. 47–49) beskriver olika centrala aspekter som kan vara av värde att kartlägga i en kunskapsöversikt. Han beskriver att användaren har en frihet att välja vilka aspekter som är centrala. Vid urvalsprocessen fyllde vi i en matris (se bilaga 1) för att lättare synliggöra artiklarnas relevans gentemot frågeställningarna. Det underlättade i urvalsprocessen och det vidare analysarbetet med artiklarna. Eriksson- Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s. 81) förklarar hur överskådlighet underlättas i en matris.

Vid kartläggnings- och analysarbetet vidareutvecklades matrisen. Artiklarna kodades och sammanställdes utifrån syfte, frågeställning, definition av likhetstecknet, metod/urval och resultat. Kodningen underlättade vårt analysarbete när det kommer till likheter och skillnader artiklarna sinsemellan. Vi valde att förtydliga författarnas och vår syn på artiklarnas svagheter och styrkor. Nilholm (2017, s. 81) synliggör hur resonemang kan föras om styrkor och svagheter inom forskningsfält. Han förklarar hur forskningsområden kan utvecklas om både styrkor och svagheter belyses ur forskarens och användarens utgångspunkt. Vår kunskapsöversikt ska belysa vad forskningen säger om elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Vi anser det viktigt att synliggöra hur artiklarna definierar likhetstecknet. Nilholm (2017, ss. 84–85) beskriver ett forskningsområde där definitionen av ett nyckelbegrepp skiljer sig åt. Han förklarar hur det kan ses som en svaghet för forskningsområdet om de definierar ett nyckelbegrepp olika.

RESULTAT

I nedanstående text följer en jämförelse av hur artiklarna definierar likhetstecknet för att synliggöra om det finns likheter och skillnader artiklarna sinsemellan. Det kan ses som en svaghet för forskningsområdet om de förklarar nyckelbegrepp på olika vis. Definitionen kan vara avgörande för vilken riktning som forskningsprocessen tar och hur resultatet framställs i studien.

Det redogörs även för artiklarnas syfte och frågeställning, metoder och urval. Till sist presenteras artiklarnas resultat. Artiklarnas likheter och skillnader jämförs i resultatets olika delar.

Definition av likhetstecknet

Vincent, Bardini, Pierce och Pearn (2015) benämner Robert Recorde i sin definition av likhetstecknet. Robert Recorde var en walesisk matematiker som uppfann likhetstecknet år 1557 som en symbol, vilket vi använder än idag. Hans förklaring var två parallella linjer (=) och att inget kan vara mer likt. Vincents et al (2015) förklaring av likhetstecknet sett ur ett historiskt perspektiv skiljer sig från de övriga artiklarna. Trots det återspeglas Robert Records definition i författarnas olika beskrivningar av likhetstecknet.

En mer aktuell definition av likhetstecknet kan vi se i Byrd, McNeil, Chesney och Matthews (2015) studie. De lyfter fram att likhetstecknet kan ses ur tre synsätt. Likhetstecknet är en relationssymbol som även kan ses som en ekvation där bägge sidorna ska vara av lika värde. Ett tredje synsätt är att bägge sidorna ska vara ersättbara. Det finns likheter i Fischer, Sander, Sensevy, Vilette och Richards (2019) definition jämfört med Byrd et al (2015) i hur de lyfter fram likhetstecknets innebörd av lika värde. Fischers et al (2019) studie beskriver hur symbolen definierar ett exakt lika värde. Deras benämningar av likhetstecknet som en relationssymbol stämmer väl överens med hur vi uppfattar att forskningen vill att elever ska förstå likhetstecknets funktion. Vi kan se skillnader i Eriksson, Boman, Jansson, Hverven och Tambours (2013) definition jämfört med Byrd et al (2015). Erikssons et al (2013) förklaring är inte lika utförlig i hur likhetstecknet ska tolkas. De beskriver likhetstecknet som en symbol för att beteckna två lika. Erikssons et al (2013) definition av likhetstecknet kan förstås både som relationell och operationell beroende på läsarens förkunskaper. Erikssons et al (2013) otydliga definition stämmer överens med McNeil, Grandau, Knuth, Alibali, Stephens, Hattikudur och Krills (2006). De förklarar likhetstecknet som ett vanligt förekommande uttryck inom matematik. Författarna benämner vikten av att förstå likhetstecknets funktion inom

matematiska områden. Även här saknas en tydligare beskrivning av likhetstecknets funktion. Ur forskningssynpunkt kan Eriksson et al (2013) och McNeil et al (2006) definitioner ses som en svaghet då definitionen inte tydliggör om författarnas tolkning är relationell eller operationell.

Majoriteten av kunskapsöversiktens artiklar lyfter fram likhetstecknet som en symbol av ett lika värde även om de uttrycker det på olika vis. En omfattande definition av likhetstecknet använder Vermeulen och Meyer (2017) som beskriver tre komponenter av likhetstecknet. Författarna lyfter fram likhetstecknet som en relationssymbol och den andra komponenten är att det finns två sidor av en ekvation. Den tredje komponenten är betydelsen av att två kvantiteter är lika. I likhet med Byrd et al (2015) lyfter Vermeulen och Meyer (2017) fram att likhetstecknet kan ses ur tre synsätt. Tydligheten i deras definitioner av likhetstecknet styrker forskningsområdets trovärdighet eftersom definitionen stämmer väl överens med varandra.

Till skillnad mot de övriga artiklarna benämner Stephens, Knuth, Blanton, Isler, Gardiner och Marum (2013) att ekvivalens bekräftas genom beräkning. Författarna förklarar även att det ska vara ekvivalens mellan bägge sidorna i en ekvation. Författarnas definition kan ses som tvetydig, då den både kan tolkas operationellt och relationellt i deras beskrivning. Förklaringen om att ekvivalens bekräftas genom beräkning strider mot hur vi uppfattat forskningens vilja att se likhetstecknet som en relationssymbol. Likhetstecknet är inte en symbol för beräkning utan ska visa på två uttrycks ekvivalens. Stephens et al (2013) definition kan anses vara svag då författarna nämner att ekvivalens bekräftas genom beräkning. I Eichhorn, Perry och Brombachers (2018) studie är deras beskrivning av likhetstecknet att bägge sidorna i en ekvation ska vara i jämvikt eller visa på samma värde. Tolkningen stämmer väl överens med de artiklar som ser likhetstecknet som en relationssymbol.

Det har framkommit hur artiklarna definierar likhetstecknet på olika vis men ändå finns det en koppling dem emellan. De beskriver likhetstecknet genom att förklara betydelsen. Läsaren får då en klarare bild av vad forskningsområdets nyckelbegrepp innebär. I Capraro, Capraro, Yetkiner, Özel, Kim och Küçüks (2010) studie hittades ingen definition. De beskriver istället de svårigheter som finns runt om likhetstecknet istället för själva betydelsen. Det kan ses som en svaghet för deras studie att de inte definierar nyckelbegreppet.

Sammanfattningsvis ser vi styrkor i majoriteten av artiklarnas definition av likhetstecknet. Det finns en enighet i beskrivningarna även om de uttrycker det på olika sätt. Byrd et al (2015) lyfter fram det som en relationssymbol som visar två sidor med lika värde. Eichhorn, Perry och Brombacher (2018) uttrycker det på ett liknande vis men använder sig av förklaringen att bägge sidorna i en ekvation ska vara i jämvikt eller visa på samma värde. Vi kan se de olika författarnas enighet i deras definitioner. Det synliggör även Stephens et al (2013) och Eriksson et al (2013) i sina studier. Deras definition är att det ska vara ekvivalens mellan bägge sidorna i en ekvation.

Artiklarnas relevans och tillvägagångssätt

Eriksson- Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s. 45) redogör för hur syfte och frågeställning ofta har ett samband och påverkar forskningsprocessen. Syftet och frågeställningen har verkan på hur undersökningen läggs upp och styr valet av metod och analys. Samspelet däremellan blir en röd tråd som genomsyrar hela studien.

Majoriteten av artiklarna använder en mixad metod med kvalitativa och kvantitativa inslag. Eriksson- Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s. 37) förklarar att forskare ibland använder både kvalitativa och kvantitativa metoder av olika skäl. I den mixade metoden belyses fenomenet från olika synvinklar vilket kan ses som en fördel för forskningsresultatet. De kvalitativa metodernas resultat kan tydliggöra de kvantitativa svaren.

Syfte

I Eichhorn, Perry och Brombachers (2018) studie vill författarna bredda förståelsen för likhetstecknet i internationella sammanhang. Syftet är att visa på hur en tvärkulturell jämförelse mellan länder kan bredda förståelsen för matematiska idéer. I de aktuella artiklarna finns ytterligare en studie som syftar till att undersöka och jämföra två länders resultat med tidigare publicerade studier i internationella sammanhang. Författarna i Capraros et al (2010) studie har som avsikt att jämföra och spekulera om hur missuppfattningar och förståelsen av likhetstecknet som begrepp skiljer sig länderna emellan. Syftet i Capraros et al (2010) studie hittas i löpande text i artikelns sammandrag. Vi har diskuterat hur forskningens relevans kan påverkas av hur textens olika delar har ett samband. Capraros et al (2010) studie kan anses vara svag i hur de väljer att visa textens olika delar. Om Capraros et al (2010) lyfter fram sitt syfte i den övriga texten skulle det bidra till att studiens olika delar fått ett tydligare samband under läsningen av artikeln.

Byrds et al (2015) syfte är att undersöka om elevers begränsade tolkning av likhetstecknet är ett hinder för att lära sig tidig algebra. Undersökningen innehåller test och lärarledda lektioner för att se hur elever tolkar likhetstecknet. Det kan liknas med Stephens et al (2013) syfte vilket är att identifiera uppgifter som kan utveckla elevers tänkande framåt i deras tidiga algebraupplevelser. Byrd et al (2015) och Stephens et al (2013) studier syftar till att undersöka hur elevers lärande om likhetstecknet påverkar deras algebrainläring. Det finns ytterligare en studie vars syfte riktar sig mot algebra i matematik. Det är Erikssons et al (2013) studie vars syfte är att beskriva uppgifter som de utformade och prövade med elever. Genom uppgifterna visar de exempel på hur elever kan få en framväxande förmåga i att föra algebraiska resonemang. Det finns en skillnad mellan Stephens et al (2013) och Erikssons et al (2013) syfte. Det som skiljer dem åt är att Stephens et al (2013) identifierar uppgifter som kan utveckla elevers förmågor inom algebra. Detta jämfört med Eriksson et al (2013) som utformar uppgifter som prövas för att se om elever utvecklar matematiska förmågor inom algebra.

Om vi jämför Fischers et al (2019) och Stephens et al (2013) syften ser vi en skillnad dem emellan. Fischers et al (2019) syfte riktar sig mot att se om det är möjligt att skapa ett framgångsrikt program för typisk undervisning. Det kallas ACE- programmet vars fokus är att undersöka om programmet kan motverka elevers operativa förståelse för likhetstecknet. Deras mål är att se om den typiska undervisningen gynnar elever i den aritmetiska matematikundervisningen. Här finns en skillnad mot Stephens et al (2013) syfte vilket riktade sig mot att identifiera uppgifter som utvecklar elevers förmåga inom algebra.

I två av artiklarnas syften finns det likheter. Vincents et al (2015) studies syfte är att synliggöra hur olika delar av likhetstecknet missuppfattas av elever i olika åldrar. Författarna visar på missuppfattningar som tidigare forskning identifierat. På ett liknande vis har Vermeulen och Meyer (2017) ett syfte då de undersöker vilka olika missuppfattningar elever i årskurs sex har om jämställdhet med likhetstecknet som fokus. Både Vincent et al (2015) och Vermeulen och Meyer (2017) syftar till att undersöka hur elever tolkar likhetstecknet. Det finns ytterligare en artikel med likheter i sitt syfte. Det är McNeil et al (2006) vars syfte är att analysera hur flera

populära läroböcker presenterar likhetstecknet i grundskolan. I studien undersöks även hur innehållet i läroböckerna påverkar elevers tolkning av likhetstecknet. Det som är intressant med McNeil et al (2006) är att innan de undersöker hur elever tolkar likhetstecknet analyserar de olika läroböcker. Utifrån läroboksanalysen undersöker de hur elever påverkas i sin tolkning av likhetstecknet.

Frågeställningar

När det kommer till formulerade frågeställningar skiljer sig artiklarna åt. Vissa av artiklarna har flera frågeställningar medan några saknar frågeställningar. Om en studie saknar frågeställningar kan det bli svårare att tolka vilka slutsatser forskarna drar från sin forskning. I de fallen kan forskningen betraktas som svag. I studierna som Capraro et al (2010), Vincent et al (2015) och Byrd et al (2015) genomfört finner vi inga formulerade frågeställningar. Det kan ses som en svaghet i deras forskning. I de fall frågeställningar saknas i forskningen kan läsaren få svårt att uppfatta vad författarna vill uppnå. McNeil et al (2006) lyfter inte fram någon frågeställning i artikeln. Vi anser däremot att deras syfte är starkt och visar vad författarna vill uppnå med forskningen. Det kan bidra till att artikeln ändå uppfattas som stark ur vår synpunkt.

I de resterande artiklarna finns det formulerade frågeställningar. Vi uppmärksammade likt Eriksson- Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s. 45) att när artiklar har formulerat syfte och frågeställning genomsyras texten av en röd tråd. Det kan bli en styrka för forskningen. När artiklarna har formulerade frågeställningar blir sambandet mellan frågeställning och slutsats tydligare. Den röda tråden i texten underlättade för oss när vi läste och sammanställde artiklarna. Det hjälpte oss när vi behövde sätta oss in i textens olika delar och välja ut centrala aspekter. I Fischer et al (2019) och Erikssons et al (2013) artiklar visar författarna upp frågeställningar. De två artiklarna visar att de har ett syfte och frågeställningar som stämmer väl överens. Det ger Fischer et al (2019) och Erikssons et al (2013) studier styrka eftersom textens olika delar genomsyras av en röd tråd.

I Stephens et al (2013), Eichhorn, Perry och Brombacher (2018) och Vermeulen och Meyers (2017) artiklar finns det formulerade frågeställningar. Nedan visas exempel från de tre artiklarnas frågeställningar vilka ligger till grund för kunskapsöversiktens andra frågeställning:

- Vilka förståelser har eleverna i årskurs 3–5 om betydelsen av likhetstecken och ekvationens struktur för tidig algebraundervisning? (Stephens et al, 2013)
- Vilka är de vanligaste missuppfattningarna om likhetstecknet i internationella sammanhang? (Eichhorn, Perry och Brombacher, 2018)
- Vilka missuppfattningar har elever i årskurs 6 av likhetstecknet? (Vermeulen och Meyer, 2017)

Metod och urval

Eichhorn, Perry och Brombacher (2018) använder en mixad metod med kvantitativa och kvalitativa inslag. Undersökningen är genomförd i två länder. I Jordanien var deltagarna 1486 elever med medelåldern 8 år och 4 månader. Det andra landet var Indien där deltagarna var 185 elever med medelåldern 7 år. Eleverna utförde individuella test som både var muntliga och skriftliga i sin utformning. I studiens urval skiljer sig deltagarnas antal i respektive land åt vilket kan bidra till att relevansen för studiens resultat minskar. Här finns en likhet med Capraros et al (2010) studie då båda har valt att genomföra undersökningar i två olika länder. De jämför sina resultat med tidigare forskning gjord i andra länder. Capraro et al (2010) använder sig av en kvantitativ metod som är utförd i Turkiet och Sydkorea. Urvalet var elever i årskurs 6 varav

193 sydkoreanska och 334 turkiska deltagare. Eleverna fick göra fyra olika tester som sammanställdes i en tabell för att kunna bedöma deras förståelse för likhetstecknet. Det framgår i urvalet att Capraros et al (2010) antal deltagare är jämnare fördelat på de olika länderna, jämfört med Eichhorn, Perry och Brombacher (2018). Däremot var Capraros et al (2010) urval betydligt mindre till antalet. I vår värdering av studierna kan skillnaderna i antalet deltagare försvåra en generalisering av undersökningarnas resultat.

Fischer et al (2019) har ett stort urval i sin studie. Det säkerställer forskningens reliabilitet och är en styrka för studien. Studiens stora urval bidrar även till att studiens resultat kan generaliseras på franska elever. Författarna använder en mixad metod med kvalitativa och kvantitativa inslag. Studien bygger på ett undervisningsprogram, kallat ACE. Studien genomfördes på 92 skolor i Frankrike. Urvalet var 129 klasser i årskurs 2 som delades upp i experiment- och kontrollgrupper. Metoden innehöll ett för- och eftertest för elever samt 150 undervisningstimmar. Studien som Byrd et al (2015) genomfört har lägre generaliserbarhet än Fischers et al (2019) om vi ser till antalet deltagare i vardera studier. Byrds et al (2015) studie genomfördes i USA med 114 elever varav 100 kvarstod vid slutbedömningen. Medelåldern var 9 år och 11 månader. De använder sig av för- och eftertester i sin metod som var kvalitativ och kvantitativ till sin karaktär.

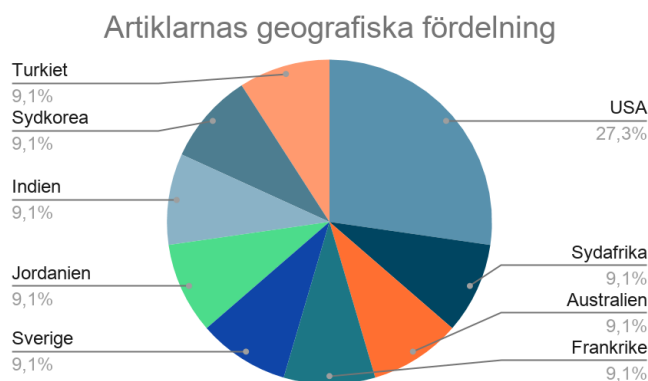
Den studie som vi anser är svårast att generalisera resultatet på är Eriksson et al (2012) på grund av dess lilla urval. Studien är genomförd i Sverige med 28 elever i en årskurs 1. I undersökningen ingick även tio lärare, två specialpedagoger och en rektor. De utformade tillsammans uppgifter till eleverna. Lärarna tolkar och observerar eleverna i undervisningen. Tre månader senare genomförde klassläraren gruppintervjuer med deltagande elever. Erikssons et al (2013) artikel skiljer sig från de andra då den enbart är kvalitativ till sin karaktär.

I likhet med Eriksson et al (2013) har även Vermeulen och Meyers (2017) med lärare i sitt urval. Vermeulen och Meyers (2019) studie är utförd i Sydafrika och innefattar 57 klasser i årskurs 6 samt tre lärare som undervisar i matematik i årskurs 5 och 6. Det är en kvalitativ fallstudie med kvantitativa inslag. Datasamlingen inkluderade ett frågeformulär för lärare och ett för elever. De genomför även gruppintervjuer med lärarna och några elever valdes ut för intervju utifrån deras svar i frågeformuläret. Det kan ses som en styrka i Vermeulen och Meyers (2019) studie att de lyfter fram både ett lärar- och ett elevperspektiv. De båda perspektiven ger studien ett tydligare orsakssamband i de missuppfattningar som elever har om likhetstecknet.

McNeils et al (2006) studie är kvalitativ och kvantitativ till sin karaktär. Metoden innehåller en analys av fyra läroböcker. Den kompletterades med två uppföljande experiment där elever fördelades i två olika grupper. Undersökningen är genomförd i USA med 632 elever i årskurs 6–8 från två olika skolor. I experimenten fick eleverna skriva individuella tester som administrerades av lärare. Det innebär att forskarna följer upp analysen med att undersöka vilka konsekvenser innehållet i läroböckerna har på eleverna. Metodvalet kan ses som en styrka för studien då de analyserar hur läroböcker presenterar likhetstecknet och hur framställningen kan påverka eleverna. Även Stephens et al (2013) studie är genomförd i USA och är en mixad metod med kvalitativa och kvantitativa inslag. Studiens urval innefattar 290 elever i årskurs 3–5 från två olika skolor. Eleverna fick utföra skriftliga tester och delta i undervisning. Studiens mål med att identifiera uppgifter som utvecklar elever inom algebra hade möjligtvis behövt ett större antal deltagare. Stephens et al (2013) har identifierat uppgifter som är av betydelse för elever när de ska lära sig algebra. Men studiens lilla urval gör att resultatet av uppgifter är svåra att generalisera för forskningsområdet.

I vårt urval av artiklar finns en kunskapsöversikt. Det är Vincents et al (2015) studie som är en sammanställning av tidigare forskning som bygger på både kvalitativa och kvantitativa metoder. Urvalet i studierna var elever i grundskoleålder. Studiens slutsats stämmer väl överens med våra frågeställningar och är därför aktuell att ha med i kunskapsöversikten.

Urvalet i artiklarna har en geografisk spridning. Det ger studien en internationell översikt i hur elever förstår likhetstecknets funktion. En likhet i urvalet är att McNeil et al (2006), Byrd et al (2015) och Stephens et al (2013) har USA som ursprungsland. De övriga artiklarna är genomförda i olika länder.



Artiklarnas resultat

I denna del beskriver vi resultatet från de olika studierna. I Vermeulen och Meyers (2017) studie indikerar de att elever saknar en välutvecklad relationsuppfattning av likhetstecknet. De vill att elever ska se likhetstecknet i en ekvation som en symbol vars betydelse är att kvantiteterna på bägge sidorna är lika. Vermeulen och Meyers (2017) resultat visar att majoriteten av eleverna har svårigheter med att beskriva betydelsen av likhetstecknet som en relationssymbol. De redovisar även i sitt resultat hur lärarnas matematiska kunskap brister när det kommer till undervisningen om likhetstecknet. De visar att lärarna saknar den kunskap och förmåga som krävs för att känna igen, förebygga och förbättra elevers missuppfattningar om likhetstecknet. En svaghet i Vermeulen och Meyers (2017) studie är att lärarna endast är tre i urvalet. Vi anser att resultatet kring lärarnas kunskaper inte är generaliserbart på grund av det lilla urvalet. I Byrds et al (2015) studie lyfter författarna fram vikten av att lärare bedömer hur elever tolkar likhetstecknet före de undervisas i algebra. Deras resultat visar på att om elever missuppfattar likhetstecknets funktion i tidig ålder påverkar det elevers förståelse för algebra negativt i årskurs 5.

Elevers förståelse för likhetstecknets funktion kan påverkas av det som Vincents et al (2015) resultat lyfter fram. I de fall elever blir utsatta för *operation är lika med svaret* bör de även exponeras för ekvationer som visar på andra förhållanden. Resultatet visar på att en lämplig instruktion hjälper elever att utveckla en relationell förståelse för likhetstecknets funktion. Författarna vill lyfta fram förhållandet i ekvationer där det uppstår ett ekvivalensförhållande. Det innebär att två uttryck är länkade med likhetstecknet. Vincent et al (2015) synliggör att om elever lär sig läsa upp symboliska matematiska uttalanden utvecklas de i sin matematiska läskunnighet.

I McNeils et al (2006) studie analyserar de fyra läroböcker i matematik. Resultatet visar att läroböckerna presenterar likhetstecknet i ett operativt sammanhang. Likhetstecknet presenteras sällan som en relationsymbol i läroböckerna. Det i sin tur bidrar till att elevers fortsatta tolkning av symbolen blir operationell. Både Stephens et al (2013) och McNeils et al (2006) studier är genomförda i USA men är publicerade under olika årtal. Deras resultat överensstämmer med varandra när det kommer till att många elever tenderar att se likhetstecknet operativt. Stephens et al (2013) resultat visar på att flertalet elever i grundskolan har en operationell förståelse för likhetstecknet och att få elever tillhandahåller en relationell uppfattning av ekvationer. Resultatet synliggör att lärare behöver ge elever kontinuerlig uppmärksamhet i grundskolan för hur de uppfattar likhetstecknet och ekvationers strukturer. Det i sin tur underlättar för elever i deras vidare matematikutveckling.

Fischers et al (2019) studies resultat indikerar på att ACE-programmets undervisning bidrar till att elever får en ökad förståelse för likhetstecknet. Undervisningsprogrammet ger elever fördelar i sin förståelse för likhetstecknet när det kommer till aritmetisk skrift. De visar även ett starkare resultat jämfört med tidigare interventioner som utförts. Fischers et al (2019) resultat visar att en typisk undervisning kan bidra till att elever får en ökad förståelse för likhetstecknet. På ett liknande sätt Erikssons et al (2013) studies resultat hur eleverna som deltog i undersökningen fick en ökad kunskap i att uttrycka likheter på olika sätt och i olika representationer. Eleverna i studien har utvecklat sitt sätt att argumentera och resonera inom algebra. Fishers et al (2019) och Erikssons et al (2013) studier har olika omfattning i urval och tidsspann. Undersökningarnas resultat visar ändå båda på positiva effekter när det kommer till elevers förståelse för likhetstecknet funktion.

Capraros et al (2010) studie jämför elevers resultat i Sydkorea med Turkiet. Resultatet visar på att många elever i de båda länderna brister i sin förståelse för likhetstecknets funktion. De vanligaste felen sker i uppgifter om det löpande likhetstecknet. Majoriteten av deltagarna som svarade felaktigt i uppgiften $_+3=5+7=_$ placerade 2 respektive 12 på raderna. I de fallen visar eleverna på en operationell förståelse för likhetstecknets funktion. Många elever med missuppfattningar om likhetstecknet tar inte hänsyn till att två kvantiteter på bägge sidorna ska vara lika. De uppfattar istället likhetstecknet som en indikation *att göra något*. Den uppfattningen är avgörande om elever ska förstå likhetstecknet som en relationsymbol. Författarnas jämförelse visar att de sydkoreanska eleverna presterar bättre i testerna än de turkiska eleverna. Elevernas resultat jämförs med tidigare studier som gjorts med amerikanska och kinesiska elever. I rankingen framställs Sydkorea och Kina högst i de olika testerna och därefter kommer Turkiet och till sist USA. Dessa jämförelser indikerar att läroböcker, den antagna läroplanen och instruktioner om likhetstecknet är avgörande för elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Capraros et al (2010) analys visar att Kinas läromedel innehåller ett mer varierat urval av uppgifter i jämförelse med det amerikanska materialet.

Även Eichhorn, Perry och Brombachers (2018) studie jämför elever i olika länders resultat. Deras studier är genomförda i Jordanien och Indien. De båda länderna visar att missuppfattningar sker om elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Jordaniens elever uppfattar likhetstecknet som en *att göra något* symbol. I motsats till Jordanien visar resultatet från Indien att elever missuppfattar likhetstecknets funktion genom att ignorera symbolen. De skapar istället rader med stigande siffror. I de båda länderna synliggörs hur elever inte blir exponerade för ett stort antal icke standardiserade ekvationer. Något som skiljer länderna åt är hur de missuppfattar likhetstecknets funktion i ekvationer. I Jordanien är det vanligt att elever förbiser delar av ekvationen. I det här exemplet där $6+9=_+4$ ignorerar många elever siffran fyra. I Indien fokuserade matematikundervisningen på uppgifter med stigande och fallande

siffror. De vanligaste felena hos indiska elever i studien är att de förbiser likhetstecknet och skriver istället nästa siffra i stigande ordning. I uppgiften $18=_{+}+$ svarade 30% av de indiska eleverna $18=19+20$. Resultatet från de båda studierna jämför författarna med tidigare studier genomförda i USA. Deras resultat visar på att missuppfattningarna som många elever gör om likhetstecknet i Jordanien kan liknas med de missuppfattningar som många elever har i USA. När författarna studerar läroböcker från de båda länderna uppmärksammas att standardkvationer är vanligast förekommande. Det kan vara en bidragande faktor till att elever får missuppfattningar om likhetstecknets funktion.

Sammanfattning av artiklarnas resultat

Majoriteten av artiklarnas resultat visar på att det sker missuppfattningar i elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Missuppfattningarna visar att många deltagare i studierna har en operationell förståelse, istället för en relationell förståelse för likhetstecknets funktion. Med en operationell förståelse menas att likhetstecknet tolkas som en symbol *att göra något*. I motsats till den relationella förståelsen som uttrycker en relation mellan två matematiska uttryck av samma värde. Resultaten från artiklarna visar hur läromedels innehåll kan påverka elevers uppfattning om likhetstecknets funktion som en operativ symbol. Resultaten visar även på hur elevers bristfälliga förståelse för likhetstecknets funktion sträcker sig internationellt. Artiklarna har ett relativt brett tidsspann som sträcker sig från år 2006 till 2019. Även om tidsspannet är brett visar forskningsområdet hur många elevers missuppfattningar om likhetstecknets funktion kvarstår.

FÖRDJUPAD ANALYS

I denna del redogörs för hur elever påverkas av sina missuppfattningar om likhetstecknets funktion. Det svarar mot kunskapsöversiktens andra frågeställning:

- Vad säger forskningen om hur elever påverkas i sin matematikutveckling av de missuppfattningar som de har om likhetstecknets funktion i matematik?

Frågeställningen känns relevant inför vår kommande yrkesroll som grundskolelärare i F-3 med anledning av att forskningen synliggör att elever har en bristande förståelse för likhetstecknets funktion. Vi anser att det är av betydelse att införskaffa fördjupade kunskaper i hur elever påverkas av sina missuppfattningar om likhetstecknets funktion.

Det framkommer i Vermeulen och Meyers (2017) studie att lärare har kunskaper om att likhetstecknet är en relationssymbol, men att de har svårt att få fram den relationella förståelsen i undervisningen. De lärare som medverkar i Vermeulen och Meyers (2017) fokusgruppsintervju är medvetna om att många elever har en operationell förståelse för likhetstecknets funktion. Lärarna i studien har dock inte förstått vikten av att elever ska ha en relationell förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. I Byrds et al (2015) studie visar resultatet att elevers förståelse för likhetstecknets funktion påverkar deras tidiga inläring av algebra. Författarna hade en hypotes om att elever som visar en relationell tolkning av likhetstecknet förväntas prestera bättre på olika test inom algebra. Studiens resultat bekräftar författarnas hypotes om att den relationella tolkningen förbättrar elevers algebraiska inläring. Byrd et al (2015) lyfter fram vikten av att lärare bedömer hur elever tolkar likhetstecknet i tidig ålder. Författarna förklarar även hur lärarnas kunskaper om likhetstecknet som en relationssymbol är avgörande i bedömningen av elevernas förståelse för likhetstecknets funktion. I Vermeulen och Meyers (2017) studie framkommer det att lärarna brister i sin

kunskap om varför det är viktigt att elever har en relationell förståelse för likhetstecknets funktion. Vermeulen och Meyers (2017) beskrivning om lärarnas brister kan i sin tur försvåra den bedömning som Byrd et al (2015) förklarar som avgörande för elever i sin matematikutveckling inom algebra. Även Stephens et al (2013) påtalar att elever som saknar den relationella förståelsen för likhetstecknet kan få svårigheter i att ta till sig de tillvägagångssätt som behövs för att kunna lösa algebraiska ekvationer. Elever som har en operationell förståelse stimuleras till *att göra någonting* i uppgifter om likhetstecknet. De kommer troligtvis tolka ekvationer som $8=8$ med falskt eftersom eleverna saknar kunskap för likhetstecknet som en relationssymbol. Stephens et al (2013) förklarar att den operationella förståelsen som är dominerande hos eleverna i studien är svår att förändra. Det beror på att den ofta är förankrad i elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Ur ett lärarperspektiv kan det vara av vikt att återkommande uppmärksamma om elever uppfattar likhetstecknet som en relationssymbol. Möjligtvis kan det motverka att elever stannar kvar i den operationella förståelsen för likhetstecknets funktion.

I likhet med Stephens et al (2013) lyfter även Vermeulen och Meyer (2017) fram att många elever fastnar i en operationell förståelse för likhetstecknet. Det hämmar elever i deras vidare matematikutveckling eftersom studiens resultat visar att flertalet elever har svårigheter i att beskriva likhetstecknets funktion. I Vermeulen och Meyers (2017) studies resultat benämns hur lite utrymme likhetstecknet får i Sydafrikas läroplan. Det påverkar möjligtvis elever i sin förståelse för likhetstecknets funktion. Om lärare inte får vägledning eller om likhetstecknet inte uppmärksammas tillräckligt i läroplanen kan det orsaka att likhetstecknet får mindre utrymme i undervisningen.

I tre av de valda artiklarna finns analyser av läroböcker. Eichhorn, Perry och Brombacher (2018) analyserar läroböcker från Jordanien och Indien, medan Capraro et al (2010) analyserar läroböcker från Sydkorea och Turkiet. I McNeils et al (2006) studie analyserar de läroböcker från USA. I analysen fann författarna till de tre olika studierna hur standardekvationer exponeras oftare än icke standardekvationer i de olika läroböckerna som används i matematikundervisningen. Det kan påverka elever till att få en operationell förståelse för likhetstecknets funktion.

I Capraros et al (2010) studie synliggör de att det finns missuppfattningar om det löpande likhetstecknet. Några elever ser inte likhetstecknet som en relationssymbol utan istället som ett tecken för *att göra något*. Missuppfattningen kan påverka elever då de inte förstår att ekvivalens av två kvantiteter är lika i en ekvation.

Det vi kan se i resultaten stämmer överens med det som Vincent et al (2015) påtalar. Elever behöver exponeras för både standardiserade och icke-standardiserade ekvationer för att få en relationell förståelse för likhetstecknet. I Erikssons et al (2013) studie provas utformade uppgifter för att introducera algebra med elever i årskurs 1. Resultatet visar hur elevers algebraiska tänkande utvecklas framåt. Det märktes i elevernas resonemang och tillvägagångssätt. Möjligtvis är det en viss sorts uppgifter som krävs för att många elevers missuppfattningar inte ska påverka dem i sin matematikutveckling.

Fischers et al (2019) resultat från ACE- programmet visar hur deras typiska undervisningsprogram gynnar elever i sin matematikutveckling och ger dem en bestående kunskap om likhetstecknets funktion. Deras studie har specifikt utformade uppgifter i likhet med Erikssons et al (2013) studie.

Sammanfattning fördjupad analys

Den fördjupade analysen visar att lärare bör ha kunskap och förståelse för hur elever uppfattar likhetstecknet och dess funktion. Det sker missuppfattningar om likhetstecknet och det påverkar elever i deras matematikutveckling. Missuppfattningarna visar sig när elever utför icke-standardiserade ekvationer. Den operationella förståelsen om likhetstecknet blir otillräcklig i beräkningar som kräver en relationell förståelse om likhetstecknets funktion.

DISKUSSION

Eriksson- Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s. 168) beskriver hur en diskussion kan utformas och disponeras i en kunskapsöversikt. Vi har valt att följa deras disponering så att ingen viktig del glöms bort. I nedanstående text görs en kort sammanfattning av huvudresultatet, följt av en resultat- och metoddiskussion. Styrkor och svagheter inom forskningsområdet beskrivs, men också hur resultatet kan tillämpas praktiskt. Till sist redogörs för vilken framtida forskning som kan vara av intresse att studera om likhetstecknet.

Kort sammanfattning av huvudresultatet

Forskningen kännetecknas av att många elever har en bristande förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Resultatet visar att en varierande del av deltagarna har den operationella förståelsen för likhetstecknet. Forskarna hävdar att elever bör uppfatta likhetstecknet som en relationssymbol. Den relationella förståelsen underlättar för elever när de ska ta till sig algebraiska kunskaper i matematik.

Resultatdiskussion

Kunskapsöversiktens första frågeställning är vad som kännetecknar forskningen om elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Resultatet visar på att det sker missuppfattningar i elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Forskningen indikerar att elever har olika uppfattningar om likhetstecknet. I de fall som elever har en bristfällig förståelse för likhetstecknets funktion påverkar det deras matematikutveckling. Elever är bekanta med likhetstecknet som en symbol, men många elever saknar förståelsen av likhetstecknet som en relationssymbol.

Kunskapsöversiktens andra frågeställning handlar om hur elever påverkas av de missuppfattningar som de har om likhetstecknets funktion i matematik. Resultaten i forskningen visar på att elever påverkas negativt i sin matematikutveckling om de har missuppfattningar om likhetstecknets funktion. Elever kan få svårigheter i sin algebraiska inläring om de uppfattar likhetstecknet på ett felaktigt vis. Vi kan dra slutsatsen att det är av vikt att elever uppfattar likhetstecknets funktion korrekt för att få en god matematisk grund med sig i livet. I vår utbildning har vi fått till oss matematikundervisningens värde för elever. Matematik är inte bara ett ämne utan något människor behöver när det kommer till att lösa problem i den egna vardagen. Matematik utvecklar människors logiska och kreativa tänkande. I Lgr11 (2019, s. 11) finns övergripande mål och riktlinjer som beskriver skolans ansvar för varje elev som genomgår grundskolan. Elever "kan använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet" (Lgr 11, 2019, s.11). Byrd et al (2015) synliggör i sitt resultat att elever med en bristfällig förståelse för likhetstecknet påverkas senare inom det matematiska området algebra.

Urvalet av artiklarna har en geografisk spridning vilket gör att läroplan och lärandeformer skiljer dem emellan. Elevers bristfälliga förståelse för likhetstecknets funktion sträcker sig internationellt. Vi kan inte i en jämförelse med den svenska läroplanen förklara orsakerna till

att elever i de andra länderna har missuppfattningar. Vi gör ändå valet att se vad den svenska läroplanen säger för att föra en diskussion om läroplanens innehåll gentemot studiernas resultat. Forskningsområdet visar på att den relationella förståelsen för likhetstecknets funktion efterfrågas, men i den svenska läroplanen synliggörs inte att likhetstecknet kan tolkas både relationellt och operationellt. I det centrala innehållet för årskurs 1–3 i Lgr11 (2019, ss. 55, 60) står det att undervisningen inom algebra ska innehålla matematiska likheter och likhetstecknets betydelse. Kunskapskraven i årskurs 3 säger att elever ska kunna hantera matematiska likheter och använda likhetstecknet på ett fungerande sätt. Vi valde även att läsa kommentarmaterialet till kursplanen i matematik (2011) för att se om de beskriver hur undervisningen ska ske om likhetstecknets funktion. Kommentarmaterialet lyfter inte fram den operationella eller den relationella förståelsen. Det diskuterar likhetstecknets innebörd som en matematisk likhet och ger inte innebörden en utförlig beskrivning. I Vermeulen och Meyers (2017) studie som är utförd i Sydafrika lyfter de fram lärarnas perspektiv. Deras resultat visar hur lärare upplever att deras kunskap brister i att undervisa om likhetstecknet som en relationssymbol. Studiens urval innefattar tre lärare och kan inte generalisera alla lärare men är ändå en indikation att osäkerheten finns. I Sydafrikas läroplan ges inte likhetstecknet ett stort utrymme. I vår tolkning av den svenska läroplanen är lärarens förståelse för likhetstecknets funktion avgörande för vilken undervisning som elever får.

I Erikssons et al (2013) och Fischers et al (2019) studier fokuserar de på undervisningen för att se hur den påverkar elevers resultat. De båda studierna visar att genom undervisning förbättras elevers resultat om likhetstecknets funktion. Författarna är medvetna om de brister som elever har i sin förståelse för likhetstecknet. De utformar uppgifter respektive undervisning utifrån bristerna. Resultatet visar på att en medvetenhet hos lärare krävs för att stärka elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Även i Vincents et al (2015) resultat framkommer det hur elever bör exponeras för både standardiserade och icke-standardiserade ekvationer för att öka sin förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. I Mcneil et al (2006) där studien analyserar läromedel framkommer det hur majoriteten av läroböckerna innehåller standardekvationer där likhetstecknets funktion visas som en operativ symbol. Det är inte förvånande att elever har en operationell förståelse för likhetstecknets funktion om vi ser till Mcneils et al (2006) resultat. Elever exponeras under sin skoltid för uppgifter, undervisning och en läroplan som inte tydligt framställer likhetstecknet som en relationssymbol. Den vanligaste missuppfattningen som elever har om likhetstecknets funktion visas både i Eichhorn, Perry och Brombacher (2018), Capraro et al (2010) respektive Stephens et al (2013) resultat. De synliggör hur den operationella förståelsen följer elever under deras studietid från tidig ålder. Den operationella förståelsen bryts sällan, utan ger elever svårigheter i deras algebraiska inläring.

Vi anser att vi har fått svar på kunskapsöversiktens frågeställningar då resultatet visar på vad som kännetecknar forskningen om elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Den svarar även på hur elever påverkas av sina missuppfattningar om likhetstecknets funktion. Däremot ifrågasätter vi kunskapsöversiktens generaliserbarhet när det gäller urvalet artiklar. Vår sammanställning av nio artiklar svarar eventuellt inte mot ett helt forskningsområdes resultat. Studierna är genomförda i olika länder, årskurser och årtal. Trots det överensstämmer resultaten ändå med varandra om elevers förståelse för likhetstecknets funktion. Artiklarnas resultat synliggör hur elevers förståelse för likhetstecknet ser ut, och hur det i sin tur påverkar elever i deras matematikutveckling.

Metoddiskussion

En fördel med kunskapsöversikten är vårt gemensamma intresse för ämnet matematik. Vi valde att följa Eriksson-Barajas, Forsberg och Wengströms (2013, s.83) sex steg i en urvalsprocess.

De olika stegen underlättade vår sökprocess efter relevanta artiklar i de olika databaserna. Vi valde bort det fjärde steget som var att granska ej publicerade artiklar. Vi ville att kunskapsöversikten skulle bygga på publicerade och granskade artiklar. I val av ämne insåg vi att det engelska sökordet *equal sign* är ett icke-sammansatt ord vilket ger en stor mängd träffar i sökningen. Det är eftersom orden *equal* och *sign* har en bred betydelse var för sig. I litteratursökningen valde vi att lägga till fler sökord samt göra avgränsningar för att få färre träffar. Det kan ses som en svaghet av den orsaken att vi kan ha gått miste om relevanta artiklar.

I urvalsprocessens femte steg där vi valde intressanta artiklar utifrån titel och sammandraget blev resultatet ett fåtal relevanta artiklar gentemot kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar. Litteratursökningens ord ändrades under processen, vilket kan ses som både en styrka och svaghet i vår studie. En styrka i sökprocessen när vi ändrade sökord är möjligheten att hitta fler relevanta artiklar. En svaghet i studien kan vara att vi inte använde de ändrade sökorden i mer än en databas. I djupläsningen av de utvalda artiklarna föll en stor del bort av olika anledningar. Vid djupläsningen refererade författarna till andra forskare vars synpunkter verkade relevanta mot den här kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar. Vi valde att gå vidare med en manuell sökning utifrån intressanta och återkommande referenser i de valda artiklarna. De kontrollerades i en databas för att säkerställa att artiklarna var av vetenskaplig kvalitet. Valet att göra en manuell sökning kan ses som en svaghet för översikten eftersom det finns populationer av forskare som håller varandra om ryggen. Av den anledningen var det viktigt att kontrollera artiklarnas kvalitet. De artiklar som vi fann i den manuella sökningen var starka i sin relevans gentemot kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar.

En avgränsning vi använde databaserna PRIMO och GOOGLE SCHOLAR var att inga artiklar publicerade före år 2015 skulle visas. Eriksson-Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s.83) hävdar att forskning kan ses som färskvara och dess resultat kan med tiden anses förlegat. Den manuella sökningen resulterade i att vi frångick tidsspännet om när artiklarna skulle vara publicerade. Artiklarnas relevans övervägde året, vilket kan ifrågasätta våra tidigare avgränsningar gällande årtal. Vi kan ifrågasätta oss själva om avgränsningen med årtal bidragit till att vi missat relevanta artiklar.

Litteratursökningen har vi genomfört tillsammans. Det kan ses som en styrka då det bidragit till att vi båda varit väl insatta i urvalet under processens gång. Vi använde en matris i kartläggningen och analysen av de nio artiklarna. Matrisen blev en styrka i det vidare arbetet eftersom det gav oss en tydlig struktur och överskådlighet av de delar vi valde att sammanställa.

Styrkor och svagheter inom forskningsområdet

Det har framkommit hur forskningsområdet innehåller både styrkor och svagheter. I nedanstående text identifieras olika fynd som vi hittat under sammanställningen av artiklarna. Forskningen visar på gemensamma styrkor som i Vincent et al (2015), Capraro et al (2010) och Eichhorn, Perry och Brombachers (2018) studier. De styrker och jämför sina resultat med tidigare forskning. Det ökar resultatens reliabilitet i forskningsområdet då mätningarna av ett gemensamt fenomen har visat på samma resultat. Svagheter i Capraro et al (2010) och Eichhorn, Perry och Brombachers (2018) artiklar är att när de jämför sina resultat varierar deras urval av antal deltagare. Studierna syftar till att jämföra olika länders resultat. När urvalet skiljer sig åt i antal minskar resultatets trovärdighet. Skillnaden i urvalet gör att resultatet i jämförelserna inte blir generaliserbart. I Eichhorn, Perry och Brombachers (2018) jämförelse mellan Jordaniens 1486 deltagare och Indiens 185 deltagare blir resultatet svagt i fördelningen sett ur antal. Skulle studiens resultat blivit detsamma om antalet deltagare varit jämnt fördelat mellan länderna? Resultatet länderna emellan visar på skillnader när det kommer till vilka

missuppfattningar elever gör om likhetstecknet. I majoriteten av Jordaniens deltagare missuppfattar de likhetstecknet som en operativ symbol. I Indien är den vanligaste missuppfattningen hos deltagarna att de ignorerar likhetstecknet och skapar rader med stigande siffror. Det är möjligt att resultatet sett annorlunda ut ifall de indiska deltagarna varit fler till antalet. Den operativa synen hade möjligtvis varit mer framträdande även hos de indiska deltagarna.

Vi anser att det är en styrka att det finns forskning om likhetstecknet globalt. De länder med framgångsrik undervisning och där förståelsen om likhetstecknet är god kan erfarenheter utbytas internationellt för att implementera nya undervisningsmetoder. En god matematikundervisning ska vila på vetenskaplig grund. Därför är det en styrka för forskningsområdet när publicerade och granskade resultat från forskning synliggörs.

En styrka som vi ser i forskningsområdet är att sex av de nio valda artiklarna använder sig av både kvalitativ och kvantitativ metod. Fördelen med en mixad metod är enligt Eriksson-Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s.37) att fenomen belyses från olika synvinklar. Det ger Stephens et al (2013), Eichhorn, Perry och Brombacher (2018) och Byrds et al (2015) forskning en starkare reliabilitet i sina resultat. Även Fischer et al (2019), Vermeulen och Meyer (2017) och Mcneil et al (2006) använder en mixad metod i sin forskning. Den kvalitativa metoden tillför ytterligare kunskap till det kvantitativa resultatet. Den kvalitativa metoden som utförs i exempelvis intervjuer ger möjlighet att ifrågasätta de kvantitativa resultaten. Det resulterar i ökade kunskaper kring fenomenet som undersöks.

En styrka i Fischers et al (2019) studie är att de använder sig av experiment- och kontrollgrupper. De jämför de båda gruppernas resultat från ett för- och eftertest om likhetstecknets funktion. När de jämför gruppernas resultat kan trovärdigheten i deras forskningsmetod anses stark. Författarna anser att det finns en begränsning i studien då testerna innehåller för få uppgifter. Fischer et al (2019) hävdar dock att det inte är avgörande för studiens resultat. Studiens stora urval av deltagare kan försvara resultatets trovärdighet även om testet innehåller för få frågor. I studiens kontrollgrupper synliggörs hur förståelsen för likhetstecknets funktion är utan den typiska undervisningen från ACE-programmet. I studiens experimentgrupper får deltagarna vara med om den typiska undervisning ACE-programmet innehåller. När resultaten jämförs grupperna emellan blir effekterna av undervisningsprogrammet tydligt.

Ytterligare en styrka som vi hittat i forskningen är i Vermeulen och Meyer (2017) och Eichhorn, Perry och Brombachers (2018) studie. De använder sig av både lärarens och elevens perspektiv i undersökningen. Styrkan är att forskningen lyfter fram och hittar förklaringar till varför missuppfattningar sker i elevers förståelse för likhetstecknets funktion i matematik. Resultatet kan visa på huruvida lärarens kunskap påverkar hur elever förstår likhetstecknets funktion.

Erikssons et al (2013) studie utfördes med elever i en årskurs 1. Pedagoger utformade uppgifter som elever genomförde, samtidigt som pedagoger observerade elevers resonemang och lösningar av uppgifterna. Urvalet i studien kan ses som en svaghet då endast en klass med 28 elever medverkade. Studiens resultat är svårt att generalisera då urvalet är smalt sett till alla årskurs 1 elever runtom i Sverige och världen. En forskare ska vara objektiv i sin syn och i det här fallet är det klassläraren själv som observerar eleverna. Det är möjligt att lärarens relation till eleverna påverkar resultatet.

Artiklarna i vår kunskapsöversikt har ett brett tidsspann och de kan diskuteras utifrån både styrkor och svagheter. Eriksson-Barajas, Forsberg och Wengström (2013, s.37) framhåller att publicerad forskning tenderar att bli omodern efter en viss tid. Därför kan vi ifrågasätta några av artiklarnas reliabilitet i den här kunskapsöversikten. Men skolan som en verksamhet kan anses vara långsam i sin utveckling framåt. Den är uppbyggd av traditioner som är svåra att bryta. Den tidigare forskningens resultat, oberoende av vilket år den är publicerad, visar på likheter. Många elever i grundskolan har en bristande förståelse för likhetstecknets funktion. De likheter som kunskapsöversiktens artiklar visar i resultaten styrker dess reliabilitet till forskningsområdet. Vi ställer oss frågan varför elevers missuppfattningar om likhetstecknets funktion kvarstår trots att forskningen har uppmärksammat detta under en lång tid? Vi tror att det kan bero på att skolans traditioner är svåra att bryta. En annan orsak kan vara att det inte finns tillräcklig kunskap om hur elever påverkas av sina missuppfattningar för likhetstecknets funktion.

Vår kunskapsöversikt är stark då sex av de nio sammanställda artiklarna använder sig av en mixad metod. Artiklarnas resultat blir trovärdigt eftersom den mixade metoden innehåller både kvantitativa och kvalitativa inslag. Det gör att resultatet från artiklarna bygger på information som är tagen ur olika synvinklar.

Vi kan se både styrkor och svagheter i att vår kunskapsöversikts artiklar har en geografisk spridning. En svaghet med artiklarnas spridning mellan länder är att resultatet från ett land är svår att generalisera. Vi kan inte utgå från att resultatet från ett visst land är ett tillräckligt underlag för att generalisera elevers bristfälliga förståelse för likhetstecknets funktion. Fenomenet att elever missuppfattar likhetstecknets funktion sker inte enbart i ett land. Missuppfattningarna sker internationellt och det ger vår kunskapsöversikt styrka. Om vi hade riktat kunskapsöversikten mot endast ett land hade inte det problemet upptäckts.

De sammanställda artiklarna visar på både styrkor och svagheter, men artiklarna är av vetenskaplig kvalitet. Kunskapsöversiktens trovärdighet är stark då syfte och frågeställningar har besvarats. Forskningen har identifierat hur elevers förståelse för likhetstecknets funktion ser ut och hur missuppfattningarna påverkar många elevers matematikutveckling.

Praktisk tillämpning

Vilken praktisk relevans har kunskapsöversiktens resultat? Vi har under arbetets gång med kunskapsöversikten uppmärksammat vikten av att elever får den relationella förståelsen för likhetstecknets funktion. Forskningen visar på en bristfällig förståelse för likhetstecknet. Studierna lyfter fram hur den operationella förståelsen är dominerande gentemot den relationella förståelsen hos elever internationellt. I de fall elever ser likhetstecknet som en operativ symbol, istället för en relationssymbol, påverkas deras förståelse för den algebraiska inläringen i matematik. Lärarens kunskap har en betydande roll för vilken förståelse elever utvecklar om likhetstecknets funktion. Byrd et al (2015) lyfter i sin forskning fram betydelsen av att lärare känner igen de missuppfattningar elever har i tidig ålder för likhetstecknets funktion. I de fallen kan läraren korrigera elevers missuppfattningar. Det bidrar till att elever får en ökad förståelse för algebra. Forskningen visar hur undervisningen styrs av läromedel och läroplan, vilket kan påverka hur läraren undervisar i matematik. Mcneil et al (2006) lyfter i sin läroboksanalys fram att läroböcker oftare innehåller standardiserade ekvationer än icke-standardiserade ekvationer. Om lärare endast håller sig till den sortens läroböcker kan elever påverkas till en operationell förståelse där den relationella förståelsen för likhetstecknets funktion hamnar i skymundan. Det kan påverka elevers matematikutveckling negativt.

Sammanfattningsvis ser vi vikten av att elever får en relationell förståelse för likhetstecknets funktion. Detta för att bryta traditionen av likhetstecknet som en symbol för *att göra något*. Elever behöver möta både standardiserade och icke-standardiserade ekvationer under sin skolgång. Likhetstecknet som en relationssymbol behöver synliggöras för elever. Lärare behöver ha en medvetenhet om hur den relationella förståelsen för likhetstecknets funktion framställs i undervisningen. Det kan förhindra att missuppfattningar om likhetstecknets funktion sker hos elever. I vår kommande yrkesroll som grundskolelärare i årskurs F-3 i matematik behöver vi ha en medvetenhet om att elever missförstår likhetstecknet. Det krävs för att kunna säkerställa och korrigera elever till att få en relationell förståelse för likhetstecknets funktion.

Framtida forskning

I nedanstående text finns förslag på ytterligare forskning inom området. De förslag vi beskriver grundar sig i kunskapsöversiktens resultat och de svagheter och styrkor som vi redovisat i diskussionen.

I framtida forskning skulle det vara intressant att studera hur olika faktorer spelar in och påverkar både lärare och elever i undervisningen om likhetstecknets funktion. I de studier vi har granskat visar resultaten att elever påverkas av både lärare och läromedel i sin förståelse för likhetstecknets funktion.

Det vore intressant att genomföra studier på lärarstudenter som ska undervisa i matematik för att se om de har en relationell eller en operationell förståelse för likhetstecknet. I vår lärarutbildning har vi inte blivit informerade om den problematik som finns hos många elever i den högskoleförlagda undervisningen. Vi har dock uppmärksammat problematiken under vår verksamhetsförlagda utbildning. Med anledning av detta hade vi velat jämföra olika lärarutbildningar för att se om det finns skillnader i hur lärarstudenter förväntas undervisa om likhetstecknets funktion.

Ett annat område som vore intressant att studera hade varit hur verksamma lärare hanterar frågor som handlar om likhetstecknets funktion. Det kan vara undersökningar om hur lärare planerar sin undervisning om likhetstecknet. Även hur lärare hanterar problematiken som finns hos elever om likhetstecknets funktion. När vi avslutat vår lärarutbildning med inriktning mot grundskolans årskurs F-3 är det av intresse att ta del av forskning för att bedriva undervisning som vilar på vetenskaplig grund. Lärare bör vara medvetna om vilka svårigheter som elever möter i matematikundervisningen och hur lärare kan hantera och korrigera dessa.

Det kan vara av relevans för forskningsområdet att undersöka om förståelsen för likhetstecknet skiljer sig åt mellan pojkar och flickor. Tidigare forskning har visat att pojkar och flickor presterar olika i matematik. Det kan därför vara intressant att undersöka om genus spelar in i hur elever förstår likhetstecknet och dess funktion. En annan frågeställning skulle kunna vara om de missuppfattningar som många elever har i tidig ålder kvarstår. Vår kunskapsöversikt visar att elever som missuppfattar likhetstecknets funktion kan få svårigheter i den algebraiska undervisningen. Det hade varit tänkvärt att följa elever som har den operationella förståelsen och se hur de stimuleras till den relationella förståelsen för likhetstecknets funktion.

Vi hade velat se mer av refereegranskad forskning om likhetstecknet i Sverige. Det hade varit av betydelse för vår kommande yrkesroll att få insyn i hur Sveriges elever står upp gentemot andra länders resultat. Det hade varit intressant att analysera hur läroböcker inom matematik för grundskoleelever i Sverige framställer likhetstecknet. Är framställningen av likhetstecknet

övervägande relationell eller operationell i svenska läroböcker? Vår kunskapsöversikt har visat att läroböcker från andra länder innehåller fler uppgifter där likhetstecknet exponeras som en operativ symbol, istället för en relationssymbol. Det hade varit önskvärt att få se resultat från hur lärare och läromedel påverkar elevers förståelse för likhetstecknets funktion i den svenska skolan.

Vi har under arbetets gång upptäckt många olika delar som kan studeras om likhetstecknet. Kunskapsöversikten har väckt idéer för hur vi skulle kunna forska vidare inom området. Det ligger i vårt intresse att undersöka hur läroböcker framställer likhetstecknet. Vi är även nyfikna på hur elever förstår likhetstecknet och hur lärare hanterar elever som har missuppfattningar om likhetstecknets funktion i Sverige.

Slutsats

Vi har under vår lärarutbildning uppmärksammat att elever har svårigheter för likhetstecknets funktion i matematik. Det är bakgrunden till hur den här kunskapsöversiktens syfte och frågeställningar har uppstått. De frågeställningar som vi utgick från var:

- Vad kännetecknar forskningen om elevers förståelse för likhetstecknet funktion i matematik?
- Vad säger forskningen om hur elever påverkas i sin matematikutveckling av missuppfattningar som de har om likhetstecknets funktion i matematik?

Vi valde att följa en urvalsprocess i litteratursökningen. Den var till stor hjälp i sökandet efter relevanta artiklar som vi kunde använda i den här kunskapsöversikten. I sammanställningen av artiklarna använde vi en matris. Den underlättade kartläggningen och analysen av artiklarna. Matrisen gav en tydlig överblick över de centrala aspekter i artiklarna som vi valde att fokusera på i den här översikten.

Kunskapsöversiktens resultat visar att många elever har en bristande förståelse för likhetstecknets funktion. En missuppfattning som många elever har är att de ser likhetstecknet som en operativ symbol. Det innebär att elever ser likhetstecknet som en symbol för *att göra något*. Forskningen vill framhäva att den korrekta förståelsen för likhetstecknets funktion är den relationella förståelsen. Vilket innebär att likhetstecknet är en relationssymbol som visar ekvivalens på bägge sidorna av en ekvation. I de fall som elever brister i sin relationella förståelse för likhetstecknets funktion påverkas de negativt i sin matematikutveckling. Lärare behöver en medvetenhet om de missuppfattningar som elever har om likhetstecknet. Det krävs för att lärare ska kunna korrigera elever och säkerställa att de får en relationell förståelse för likhetstecknets funktion. Avslutningsvis ser vi att elever behöver exponeras för varierande uppgifter om de ska utveckla en relationell förståelse för likhetstecknets funktion i matematik.

REFERENSER

- Byrd, Caroline E; McNeil, Nicole M; Chesney, Dana L; Matthews, Percival G (2015). A specific misconception of the equal sign acts as a barrier to children's learning of early algebra. *Learning and individual differences*, Vol. 38 ss. 61-67
- Capraro, Robert M; Capraro, Mary Margaret; Yetkiner, Z. Ebrar; Özel, Serkan; Kim, Hae Gyu; Küçük, Ali Riza (2010). An international comparison of grade 6 students' understanding of the equal sign. *Psychological reports*, Vol. 106 (1) ss. 49-53
- Eichhorn, Melinda S.; Perry, Lindsey E.; Brombacher, Aarnout (2018). Students' Early Grade Understanding of the Equal Sign and Non-Standard Equations in Jordan and India. *International Journal of Research in Education and Science*, Vol. 4 (2) ss. 655-669
- Eriksson Barajas, Katarina, Forsberg, Christina & Wengström, Yvonne (2013). *Systematiska litteraturstudier i utbildningsvetenskap: vägledning vid examensarbeten och vetenskapliga artiklar (första upplagan)*. Stockholm: Natur & Kultur
- Fischer, Jean- Paul Sander, Emmanuel Sensevy, Gérard Vilette, Bruno Richards & Jean-François Richard. (2019). Can Young Students Understand the Mathematical Concept of Equality? A Whole-Year Arithmetic Teaching Experiment in Second Grade. *European Journal of Psychology of Education*, Vol.34 (2) ss. 439-456
- Hägström, Johan, Persson, Elisabeth & Persson, Per-Eskil (2012). Taluppfattning, aritmetik och algebra. I Grevholm, Barbro. (red.) *Lära och undervisa matematik: från förskoleklass till åk 6*. Norstedts, ss. 85–144
- Eriksson, Inger, Boman Adolfsson, Marianne, Jansson, Anders, Hverven, Mona, Tambour, Torbjörn (2013). Att introducera likhetstecken i ett algebraiskt sammanhang för elever i årskurs 1. *Forskning om undervisning och lärande*, Vol.10 ss. 29–49
- Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. (2011). Stockholm: Skolverket
Tillgänglig på Internet: <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2608>
- Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2019*. Sjätte upplagan (2019). [Stockholm]: Skolverket
Tillgänglig på Internet:
<https://www.skolverket.se/publikationsserier/styrdokument/2019/laroplan-for-grundskolan-for-skoleklassen-och-fritidshemmet-reviderad-2019>
- McNeil, Nicole. M; Grandau, Laura; Knuth, Eric. J; Alibali, Martha. W; Stephens, Ana. C., Hattikudur, Shanta., & Krill, Daniel. E (2006). *Cognition and instruction*, Vol. 24 (3) ss. 367–385
- Nilholm, Claes (2017). *Smart: ett sätt att genomföra forskningsöversikter*. Upplaga 1 Lund: Studentlitteratur
- SFS 2010:800. *Skollag*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Stephens, Ana C; Knuth, Eric J; Blanton, Maria L; Isler, Isil; Gardiner, Angela Murphy; Marum, Tim (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *The Journal of mathematical behavior*, Vol. 32 (2) ss. 173-182

Sterner, Görel. (2012). *Likhetstecknets innebörd*. Stockholm: Skolverket.
http://ncm.gu.se/media/ncm/matematiklyftet/TL03A_03_Carpenter.pdf [Hämtad 2020-11-09]

Vincent, Jill; Bardini, Caroline; Pierce, Robyn; Pearn, Catherine (2015). Misuse of the Equals Sign: An Entrenched Practice from Early Primary Years to Tertiary Mathematic. *Australian Senior Mathematics Journal*, 2015, Vol.29 (2), ss. 31-39

Vermeulen, Cornelis & Meyer, Bronwin (2017) The Equal Sign: Teachers' Knowledge and Students' Misconceptions. *African journal of research in mathematics, science and technology education*, Vol.21 (2) ss. 136-147

BILAGA 1

Artikel	Syfte	Frågeställning	Definition av likhetstecknet	Metod/Urval	Resultat	Styrkor/Svagheter
1. Vincent, Jill, Bardini, Caroline, Pierce, Robyn, Pearn, Catherine (2015)	Att synliggöra hur olika delar av likhetstecknet missuppfattas av elever i olika åldrar.	Saknar frågeställning	Historiskt perspektiv. Robert Recorde som uppfann likhetstecknet som en symbol som vi använder idag. Det är två parallella linjer "=" och inget kan vara mer likt	En kunskapsöversikt. Sammanställda data från tidigare forskning om likhetstecknet. Urval: Tidigare forskning på elever i olika åldrar	Lämplig instruktion gör det möjligt för eleverna att utveckla en förståelse för ekvivalensförhållandet när två uttryck är länkade med lika tecken. När elever blir bekanta med "operation är lika med svaret", bör de också exponeras för icke-standardekvationer. Att lära eleverna att läsa upp symboliska matematiska uttalanden är en viktig del av utvecklingen av deras symboliska och därmed matematiska läskunnighet	Styrka: De lyfter hur missuppfattningar av likhetstecknet sker ur olika aspekter i undervisningen. Styrka: De styrker vad de observerat med referens från tidigare forskning. Svaghet: Vi vill veta mer om urvalet. Hur många har deltagit i varje studie, ålder och geografiska tillhörighet.
2. Fischer, Jean- Paul Sander, Emmanuel Sensevy, Gérard Vilette, Bruno Richards & Jean-François Richard (2019)	Om det är möjligt att skapa ett framgångsrikt program för typisk undervisning.	4 frågeställningar 1. Om den ursprungliga nedgången i elevers utveckling är oundviklig eller om den är en biprodukt av olämpliga undervisningsmetoder. 2. Huruvida ett lämpligt undervisningsprogram, som inte ger elever "operationer = svar" uppfattning, kan framkalla korrekt förståelse om likhetstecknet 3. Är inläring av aritmetisk skrivning skadlig för andra områden av matematikinläring? 4. Är den förutsagda positiva effekten av ACE-programmet ett övergående fenomen?	Likhetstecknet är en symbol som visar på en exakt jämlighet.	Kvalitativ och kvantitativ. Metod: undervisningsprogram som bestod av 150 timmar aritmetisk undervisning. Kallas, ACE. Före och efterfest för att utvärdera inverkan av ett experimentellt undervisningsprogram på aritmetik skrivprestanda. Urval: 92 skolor. 129 åk 2 klasser som fördelades ungefär jämnt mellan de experimentella (64 klasserna) och kontrollgrupperna (65 klasserna). Alla klasser innehöll ungefär lika många pojkar och flickor.	Få elever hade en väl utvecklad relationsuppfattning om likhetstecknet. Majoriteten av eleverna kunde inte beskriva betydelsen av likhetstecknet korrekt. Lärarnas matematiska kunskap för undervisning av likhetstecken indikerade att de i allmänhet saknade kunskap och färdigheter för att identifiera, förebygga, minska eller korrigera elevers missuppfattningar om likhetstecknet.	Svaghet: En begränsning i studien var att de använde ett litet antal objekt för att testa begreppet likvärdighet. Dock hänvisar de till studiens resultat av undersökt data att det inte är avgörande. Styrka: Vi anser att experimentell design kan ses som en styrka inom den pedagogiska forskningen. Eftersom läsaren då kan jämföra resultatet från kontrollgruppen gentemot experimentgruppen. Styrka: Både kvalitativ och kvantitativ metod.
3. Vermeulen, Cornelis & Meyer, Bronwin (2017)	I vilken utsträckning har årskurs 6 elever missuppfattningar om jämställdhet med likhetstecknet som fokus.	(1) Vilka missuppfattningar har elever i klass 6 av likhetstecknet? (2) Vad är karaktären hos lärare i klass 5 och 6? "Matematisk kunskap för undervisning av likhetstecknet?" (3) Skulle lärares matematiska kunskap för undervisning av likhetstecknet eventuellt kunna påverka eleverna i deras missuppfattningar?	Likvärdighet Innehåller tre komponenter, -två kvantiteter är lika. - det finns två sidor av en ekvation. -en relation symbol, som relaterar de två sidorna av ekvationen	Kvalitativ fallstudie med några kvantitativa inslag. Metoder: Datasamling av lärarfrågeformulär och elevfrågeformulär. Fokusgruppsintervju med lärare. Utifrån elevernas svar i frågeformuläret valdes 6st ut för intervju. Urval: 57 klasser i åk 6 samt tre lärare som undervisar matematik i åk 5 och 6	Majoriteten av eleverna kunde inte beskriva betydelsen av likhetstecknet korrekt. Lärarnas matematiska kunskap för undervisning av likhetstecken indikerade att de i allmänhet saknade kunskap och färdigheter för att identifiera, förebygga, minska eller korrigera elevers missuppfattningar om likhetstecknet.	Styrka: kvalitativ och kvantitativ metod. Styrka: både lärarens och elevers perspektiv i undersökningen. Svaghet: redovisar inte uppdelningen av antalet flickor och pojkar i studien.
4. Eriksson, Inger, Boman, Adolfsson, Marianne, Jansson, Anders, Hverven, Mona & Tambour, Torbjörn (2013)	Beskriva uppgifter som utformades och prövades under hösten 2012 och visa exempel på framväxande förmåga att föra algebraiska resonemang.	1. Vilka typer av uppgifter kan, utifrån de centrala idéerna i Davydovs matematiska program, utformas och användas för att introducera elever i årskurs 1 till ett algebraiskt (pre-numeriskt) tänkande? 2. Vad kan ses som tecken på ett framväxande algebraiskt tänkande?	Likhetstecknet används för att beteckna två lika.	Kvalitativ metod Urval: 28 årskurs 1 elever 10 lärare. 2 specialpedagoger. 1 rektor. Gruppsamtal med elever kring olika elevers lösningar. Tre olika större elevuppgifter i halvklass. Tre månader efter lektionerna genomfördes elevintervjuer i grupper om fyra, för att få en bild av hur elevernas	I elevernas lösningar och resonemang kan de urskilja en framväxande förtrogenhet med att uttrycka likheter på olika sätt och i olika representationer. Eleverna framstår som bekväma med att pröva och representera olika algebraiska uttryck. Även om eleverna inte arbetat med siffror så har de inte några egentliga problem att också exemplifiera olika algebraiska uttryck med siffror. Flera av eleverna kan också argumentera	Svagheter: Studien är endast genomförd i en åk 1 med 28 elever i Sverige. Resultatet kan inte generaliseras Styrka: Klassens egna lärare observerar, analyserar och tolkar hur eleverna tar sig an de utformade uppgifterna. Det kan bidra till att läraren tar in egna värderingar och slutsatser kring elevernas lärande.

				förmåga kring algebra utvecklas.	för hur de vet att deras lösningar är korrekta och ibland om det blir något fel så korrigerar de sig själva.	Styrka: Uppgifterna utformas av deltagande lärare, specialpedagoger och rektor tillsammans med forskare från Stockholms universitet
5. Eichhorn, Melinda S, Perry, Lindsey E & Brombacher, Aarnout (2018)	Fortsätta att bredda förståelsen för likhetstecknet i internationella sammanhang.	<p>Vilka är de vanligaste missuppfattningarna om likhetstecknet i internationella sammanhang?</p> <p>Hur presterar elever i Jordanien och Indien när det kommer till att komponera och / eller sönderdelar uppgifter?</p> <p>Hur matchar missuppfattningar om likhetstecknet som elever i Jordanien och Indien gentemot det som elever visat i tidigare studier?</p> <p>Hur presenteras ekvationer i läroböckerna i Jordanien och Indien och hur kan detta förstärka elevernas missuppfattningar?</p>	Likhetstecknet definieras "är samma värde som" eller båda sidorna av ekvationen är balanserade.	<p>Kvantitativ och kvalitativ metod.</p> <p>Jordanien: 1486 elever från åk 2-3, 674 pojkar och 812 flickor från 51 skolor. Medelålder 8 år och 4 månader. Genomfördes år 2014.</p> <p>Skriftligt och muntliga test genomfördes individuellt. Deltagarens svar spelades in med Ipad och på uppgiftsblad.</p> <p>Indien: 185 elever, 102 pojkar och 83 tjejer. 6 privata grundskolor. Medelålder 7 år 0 månader. Genomfördes år 2015.</p> <p>Testet innehöll 10 frågor som genomfördes enskilt med papper och penna.</p>	<p>Jordanien deltagare uppvisar missuppfattningar som identifierats i tidigare studier i USA. De uppfattar likhetstecknet som en "göra något" symbol. De har en bristande förståelse för likhetstecknet och lika uttrycket.</p> <p>Vanligaste missuppfattningarna för deltagarna i Indien: 185 elever, 102 pojkar och 83 tjejer. 6 privata grundskolor. Medelålder 7 år 0 månader. Genomfördes år 2015.</p> <p>Testet innehöll 10 frågor som genomfördes enskilt med papper och penna.</p> <p>Indien var "nästa siffra" i stigande räkne sekvens. Elever som svarade felaktigt svarade med att bortse från tilläggsymboler och likhetstecknet, istället skapade de en lista med stigande siffror.</p> <p>Läroboksanalysen visade i varje land att standardekvationen är överrepresenterad i de handledningar som fanns för lärare. När eleverna är utsatta för standardekvationer kan de bilda missuppfattningar om likhetstecknet.</p>	<p>Styrka: Jämför med tidigare forskningresultat som genomförts i andra länder.</p> <p>Styrka: Kvalitativ och kvantitativ metod.</p> <p>Styrka: Forskningen lyfter fram synen från både elever, lärare och läroböcker.</p> <p>Svaghet: Antalet deltagare i urvalet i de två jämförda länderna skiljer sig åt</p>
6. Capraro, Robert M, Capraro, Mary Margaret, Yetkiner, Z, Ebrar, Özel, Serkan, Kim, Hae Gyu & Küçük, Ali Riza (2010)	Bedöma om sydkoreanska och turkiska elever i årskurs 6 uppfattningar och svar liknade tidigare resultat publicerade för kinesiska och amerikanska elever. Sker det liknande missuppfattningar om likhetstecknet och innehar de samma förståelse om begreppet likhetstecknet.	Saknar frågeställning	Beskriver svårigheter kring likhetstecknet.	<p>Kvantitativ</p> <p>Urval: Deltagarna gick i årskurs 6, 193 sydkoreanska och 334 turkiska elever.</p> <p>De sydkoreanska eleverna kom från sex olika skolor.</p> <p>De turkiska kom från fem olika skolor.</p> <p>Deltagarna genomförde 4 tester för att bedöma deras förståelse för likhetstecknet.</p>	<p>Resultatet visar att det fanns missuppfattningen om likhetstecknet i varierande grad för Sydkorea och Turkiet.</p> <p>Det sydkoreanska urvalet överträffade det turkiska urvalet i alla fyra testerna. De vanliga felen från både de sydkoreanska och turkiska eleverna var begränsad förståelse för likhetstecknet. Majoriteten av eleverna som felaktigt svarade på första delen av $_ + 3 = 5 + 7 = _$ placerade 2 respektive 12 på raderna. Denna svarskombination visar en missuppfattning av det löpande likhetstecknet.</p>	<p>Svaghet: Författarna förklarar hur studiens utformning inte gör det möjligt att dra slutsatser om orsaken till missuppfattningarna av likhetstecknet.</p> <p>Styrka: Studiens resultat jämförs och bygger på tidigare forskning.</p>
7. Stephens, Ana C, Knuth, Eric J, Blanton, Maria L, Isler, Isil, Gardiner, Angela Murphy & Marum, Tim (2013)	Studera elevers tänkande i ett kritiskt område av tidig algebra. Forskningen vill identifiera uppgifter som har potential att föra elevernas tänkande framåt i början av deras tidiga algebraupplevelser, till och med före instruktion.	<p>1. Vilka förståelser har eleverna i klass 3-5 om betydelsen av likhetstecknet och ekvationsstrukturer för tidig algebraundervisning?</p> <p>2. Uppmuntrar särskilda uppgifter en relationell förståelse av likhetstecknet och mer fokus på ekvationsstruktur än andra?</p>	Likhetstecknet representeras som en relation av ekvivalens mellan två sidor av en ekvation och bekräftar denna ekvivalens med beräkning.	<p>Kvantitativ och kvalitativ</p> <p>Urval: Deltagarna var 290 elever (104 tredje klass, 108 fjärde klass, 78 femte klass) elever från två skolor i sydöstra Massachusetts.</p> <p>Eleverna genomförde skriftlig bedömning</p> <p>Deltog i utformade lektioner.</p> <p>4 tester genomfördes och kodades.</p>	<p>Resultatet överensstämmer med vildokumenterade iakttagelser att elever i grundskolan tenderar att se likhetsteckenoperativt och att väldigt få uppvisar en stark relationell känsla av ekvationer. De hittade nästan inga elever som tillhandahöll en relationsdefinition när de frågades efter betydelsen av likhetstecknet och många elever förde en operativ uppfattning.</p>	<p>Svaghet: Studien är begränsad genom att data samlades in från en enkelskriven bedömning. Hade uppföljningsfrågor ställts eller om det genomförts individuella intervjuer med deltagarna hade kunskap kring elevernas förståelse blivit tydligare.</p> <p>Styrka: Kvalitativ och kvantitativ metod.</p>

<p>8. McNeil, Nicole. M, Grandau, Laura, Knuth, Eric. J, Alibali, Martha. W, Stephens, Ana. C, Hattikudur, Shanta & Krill, Daniel. E (2006)</p>	<p>Analysera presentationen av likhetstecknet i flera populära läroböcker på grundskolan.</p>	<p>Saknar frågeställning</p>	<p>Likhetstecknet definieras som ett jämförelsetecken (=) vilket är allmänt förekommande i matematik.</p> <p>Symbolen är viktig för att få förståelsen för de olika områdena i matematik (till exempel algebraiska ekvationer).</p>	<p>Kvantitativ och kvalitativ</p> <p>Läroboksanlys av 4 läroböcker i matematik som används i grundskolan, åk 6–8.</p> <p>Undersökningen innefattade ett 50% slumpmässigt val av sidor i varje bok.</p> <p>Två uppföljning experiment genomfördes med elever.</p> <p>Experiment 1. 110 elever från årskurs 6 (44 pojkar och 66 flickor), 119 elever från årskurs 7 (57 pojkar och 62 flickor) och 93 elever från årskurs 8 (48 pojkar och 45 flickor).</p> <p>Genomförde ett test, papper och penna. Läraren administrerade testet.</p> <p>Experiment 2. Deltagarna var 97 elever från sjätte klass (55 pojkar, 42 flickor), 107 elever från sjunde klass (42 pojkar, 65 flickor) och 106 elever från åttonde klass (50 pojkar, 56 flickor) från samma skola.</p> <p>Genomfördes identiskt förutom två undantag kring sammanhang och frågor.</p>	<p>Deras läroboksanlys uppmärksammade att fyra populära läroböcker på mellanstadiet ofta visar likhetstecknet operationellt, där dess sammanhang är lika med svaret. Likhetstecknet presenteras sällan som en symbol som visar på ekvivalens förhållandet. Resultatet visar att elever i åldrarna 11 till 14 fortsätter att tolka likhetstecknet som en operativ symbol, trots att de är utvecklingsmässigt redo att tolka det som en relationssymbol</p>	<p>Styrka: Kvalitativ och kvantitativ metod</p> <p>Styrka: följer upp läroboksanalysen med eleverna kunskaper.</p> <p>Svaghet: ett litet urval av läroböcker</p>
<p>9. Byrd, Caroline E, McNeil, Nicole M, Chesney, Dana L & Matthews, Percival G (2015)</p>	<p>Studien undersökte om elevers smala tolkning av likhetstecknet var ett hinder för att lära sig tidig algebra.</p>	<p>Saknar frågeställning</p>	<p>Likhetstecknet (=) är en relationssymbol, vilken indikerar att de båda sidorna av en ekvation är lika och utbytbara.</p>	<p>Kvalitativ och kvantitativ</p> <p>114 elever deltog i studien.</p> <p>14 av dem slutförde inte bedömningen vilket resulterade i att 100 elever kvarstod, 45 pojkar och 55 flickor.</p> <p>Ålder: från 7 år och 10 månader till 11 år och 8 månader. Medelålder 9 år 11 månader. Offentlig skola i sydöstra USA.</p> <p>Eleverna genomförde ett förprov där de fick lösa 8 matematiska ekvivalensproblem. Lösningarna kodades. Läraren läste frågorna.</p> <p>Eleverna fick läraleda lektioner under ett läsår.</p> <p>Ett eftertest genomfördes i slutet av läsåret inom algebra och aritmetik.</p> <p>Testerna kodades</p>	<p>Resultaten utökar befintliga bevis för att elevers missuppfattningar av likhetstecknet kan forma hur de lär sig tidig algebra. Om eleverna bara möter standardekvationer kan det bli ett hinder för algebra i femte klass. Således kan det vara viktigt för lärare att bedöma elevers likhetstolkningar innan de undervisar algebra för att identifiera elever som kan behöva extra uppmärksamhet.</p>	<p>Svaghet: Urvalet inte är representativt för den bredare amerikanska grundskola populationen av tre skäl: (1) provet för årskurs 3 var ganska litet, (2) andelen elever som tolkade likhetstecknet relativt i början (48%) var högre än i tidigare studier, och (3) lärare utformade och implementerade undervisning själva</p> <p>Styrka: kvalitativ och kvantitativ metod.</p>



HÖGSKOLAN I BORÅS

Besöksadress: Allégatan 1 · Postadress: 501 90 Borås · Tfn: 033-435 40 00 · E-post: registrator@hb.se · Webb: www.hb.se