

FÖRMÅGAN ATT LÖSA PROBLEM

– EN STUDIE OM LÄRARES ARBETE MED
PROBLEMLÖSNING I MATEMATIK

Avancerad
Pedagogiskt arbete

Hanna Wiss

2017-LÄR4-6-M06 -



HÖGSKOLAN I BORÅS

Program: Grundlärarutbildning med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs 4-6, 240 högskolepoäng.

Svensk titel: Förmågan att lösa problem – En studie om lärares arbete med problemlösning i matematik

Engelsk titel: The ability to solve problems – A study on teachers work among the problem-solving process in mathematics

Utgivningsår: 2017

Författare: Hanna Wiss

Handledare: Mary-Anne Holfve Sabel

Examinator: Rita Foss Lindblad

Nyckelord: Problemlösning, matematiskt resonemang, matematik, kreativt resonemang, matematiskt fundament

Sammanfattning

Inledning

I LGR 11 (rev. 2016) anges fem långsiktiga förmågor som elever ska ges möjlighet att utveckla i matematik. En av dessa förmågor är problemlösning, dock visar forskning (Lithner 2008; Boesen et al. 2013; Roche & Clarke 2014) att den här förmågan inte får lika stort utrymme i matematikundervisningen. I den här studien undersöks hur sex lärare arbetar för att utveckla elevernas förmåga att lösa problem i matematik. Genom kvalitativa intervjuer med 6 verksamma lärare ges en inblick i hur problemlösning praktiseras i matematikundervisningen. Det undersöks också i vilken utsträckning det sker explicit undervisning i problemlösning, alltså undervisning enbart formad med syfte att utveckla elevernas förmåga att lösa problem i matematik. Även läromedelsval och i vilken utsträckning dessa används vid problemlösning i matematik undersöks. Dessa utgångspunkter sammanställs därefter med syfte att se vilket utrymme problemlösning får och hur lärarna utvecklar elevernas förmåga att lösa problem. Sammanställningen jämförs därefter med aktuell forskning.

Syfte

Studiens syfte är att undersöka hur sex lärare ger utrymme åt, och arbetar för att utveckla elevernas förmåga att lösa problem i matematik.

Metod

Studien är baserad på kvalitativa halvstrukturerade intervjuer med avsikt att svara på studiens syfte och frågeställningar. Urvalet består av 6 stycken lärare som undervisar i matematik i årskurs 4-6.

Resultat

Den här studiens resultat visar att lärarna undervisar med syfte att utveckla elevernas förmåga att lösa problem. Dock menar de trots detta, att eleverna generellt har svårt för dessa uppgifter, trots explicit undervisning. Problemlösningen ges överlag stort utrymme i undervisningen men problemet kvarstår. En grundläggande matematiskt grund är något som är nödvändigt för att lösa matematiska problem, något som endast två av lärarna tog upp som en viktig aspekt.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1. INLEDNING	1
2. SYFTE	1
2.1 Frågeställningar	1
2.1.1 Begreppsdefinitioner	2
3. BAKGRUND	3
3.1 Läroplanen och verkligheten	3
3.2 Internationella studier	3
3.3 Forskning med fokus på undervisning	4
3.4 Forskning gällande lärares strategier.....	5
3.5 Läromedlets roll i undervisningen	6
4. TEORETISKT RAMVERK	7
4.1 Matematisk problemlösning.....	7
4.2 Matematiskt resonemang	7
4.2.1 Imitativt resonemang	8
4.2.2 Kreativt resonemang	8
5. METOD	9
5.1 Urval.....	9
5.2 Genomförande.....	9
5.2.1 Kvalitativa intervjuer.....	9
5.2.2 Analys och bearbetning	10
5.2.3 Forskningsetik.....	10
5.2.4 Validitet och reliabilitet	11
6. RESULTAT	12
6.1 Uppfattningar och åsikter om problemlösning	12
6.2 Undervisning vid problemlösning.....	13
6.3 Lärarnas arbetssätt.....	14
6.4 Läromedlets roll	16
7. DISKUSSION	18
7.1 Resultatdiskussion	18
7.1.1 Begreppet problemlösning och matematiska fundamentet	18

7.1.2 Explicit undervisning.....	18
7.1.3 Strategier och material.....	19
7.1.4 Läromedel.....	20
7.1.5 Avslutande reflektion.....	21
7.2 Metoddiskussion.....	21
7.2.1 Intervju.....	21
7.2.2 Didaktiska konsekvenser	22
7.2.3 Vidare forskning.....	22
REFERENSER.....	23
BILAGOR.....	25
Bilaga 1: Missivbrev.....	25
Bilaga 2: Intervjufrågor.....	26

1. INLEDNING

Under min studietid har jag kommit i nära kontakt med problemlösning i matematik. Högskolan har gett mig många praktiska verktyg och pedagogiska övningar, vilka jag har haft stor användning av i min undervisning. Forskning (Lithner 2008; Hiebert 2003) visar dock att problemlösning inte appliceras i praktiken i den utsträckning som läroplanen förespråkar. I *läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet, 2011* (rev. 2016) lyfts problemlösning som en av de förmågor som elever i årskurs 4-6 ska få möjlighet att utveckla.

Ytterligare fokus kommer ligga på läromedel eftersom det enligt forskning (Brehmer, Ryve & Steenbrugge 2015; Lithner 2008) inte finns en tillräcklig mängd uppgifter som kan klassas som problemlösande. Det utgör ett hinder för elevernas resultat om läraren enbart utgår ifrån läromedel, eftersom nationella prov och internationella studier baseras på alla de förmågor som eleverna ska få möjlighet att utveckla i skolan. Trots forskning som visar att lärarna till stor del utgår ifrån läromedel, visade det senaste resultatet från TIMSS 2015 (Skolverket 2016a) att de svenska eleverna visade en ökad förmåga att föra ett matematiskt resonemang. Resonera kan jämföras med *kreativt resonemang* (Lithner 2008) vilket är den tankeprocess elever går igenom vid möte med ett nytt problem. Intressant nog visar forskning gällande läromedel och undervisning att eleverna har svårt för uppgifter som är nya för dem.

2. SYFTE

Studiens syfte är att undersöka hur sex lärare ger utrymme åt, och arbetar för att utveckla elevernas förmåga att lösa problem i matematik.

2.1 Frågeställningar

1. Hur tolkar verksamma lärare *problemlösning förmågan* i ämnet matematik?
2. Vilka verktyg och material använder lärarna för att utveckla elevernas förmåga att lösa matematiska problem?
3. Vilket utrymme får problemlösning förmågan i matematikundervisningen?
4. I vilken utsträckning sker det explicit undervisning med syfte att utveckla elevernas förmåga att lösa matematiska problem?

2.1.1 Begreppsdefinitioner

Explicit undervisning. Att tydliggöra och förklara ett område grundligt. Explicit undervisning inom problemlösning handlar alltså om att synliggöra tankeprocesser och visa strategier för problemlösning.

Icke-rutinbaserade uppgifter. Uppgifter som är nya för eleven. Eleven kan använda sig av nya eller glömda strategier för att lösa problemet.

Matematiskt fundament. De grundläggande kunskaper som behövs för att kunna föra ett matematiskt resonemang. Exempel på sådana kunskaper innefattar siffror och tal, positionssystemet, decimaler, termer samt de olika räknesätten. I den här studien kommer även synonymen *grundläggande matematiska kunskaper* användas för att variera texten.

Matematiskt resonemang. Tankeprocessen som sker vid arbetet med att nå fram till en lösning av ett problem eller matematisk uppgift. Imitativt resonemang innebär en rutinartad process som är memorerad. Kreativt resonemang kräver ett nytt problem där resonemanget bygger på nyförvärvade eller bortglömda matematiska kunskaper (Lithner 2008).

Problemlösning. Matematiska problem är individuella och frågan huruvida ett problem faktiskt är ett problem beror på individen och dess förkunskaper. Ett problem är på så sätt inte en kategori utan baseras på svårigheten för en individ att lösa en specifik uppgift (Schoenfeld, 1985). Problemlösning handlar om att lösa realistiska och vardagliga problem med hjälp av matematik där slutsatsen känns rimlig.

Strategier för problemlösning. Det finns olika strategier som används för att förenkla, konkretisera eller förtydliga matematiska problem. Exempel på sådana strategier kan vara att rita en bild, omformulera eller synliggöra mönster via tabell.

3. BAKGRUND

I denna del presenteras styrdokumentens riktlinjer angående problemlösning i matematik och vilka förmågor eleverna ska utveckla. Internationella studier redovisas och därmed hur resultatet i matematik ser ut för de svenska eleverna. Här kommer inkluderas forskning om problemlösning och hur lärare arbetar för att utveckla den förmågan hos eleverna. Användningen av läromedel tas också upp där det redogörs för forskning gällande mängden undervisning som sker med utgångspunkt från läromedel och varför det är ett problem.

3.1 Läroplanen och verkligheten

I LGR 11(rev. 2016) står det under syftet för matematik, att undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem. Elever ska även kunna reflektera över och värdera väl valda strategier, metoder, modeller och resultat. Förmågor som eleverna ska ges förutsättning att utveckla relaterat till problemlösning är följande:

- Formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder.
- Föra och följa matematiska resonemang.
- Använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.
(Lgr 11, rev. 2016)

Boesen, Helenius, Bergqvist, Bergqvist, Lithner, Palm och Palmberg (2013) har undersökt hur svenska skolor påverkades och fortfarande påverkas av skolreformen som skedde 1994 där läroplanen antog en ny struktur baserad på måluppfyllnad. Måluppfyllnaden i matematik byggdes på olika områden som eleverna skulle få möjlighet att utveckla, däribland problemlösning. Målen är inte förklarade eller exemplifierade utan enbart benämnda och preciserade. Syftet är då att lärare själva ska läsa igenom och diskutera målen med kollegor för att öka kvalitén i undervisningen. Genom en omfattande kvalitativ undersökning undersöktes hur reformen påverkade arbetet i klassrummet.

Boesen et al. (2013) undersökte eventuella skillnader mellan målen i läroplanen och hur dessa undervisades och tolkades av lärare. Resultatet visade att reformen inte visat sig vara lyckad eftersom lärare inte tillämpade måluppfyllnad i sin undervisning. Klassrumsundervisning dominerades av att eleverna genomförde procedurer kopplade till exempelvis eget arbete och skrivning i räkneböcker. Lärarna ansåg inte att de hade tillräckligt med tid för att undervisa mot en måluppfyllnad trots att de var medvetna om skillnaderna mellan exempelvis nationella prov och deras undervisning. Måluppfyllnaden i läroplanen i ämnet matematik baseras på fem förmågor som alla värderas lika i internationella- och nationella undersökningar, något som inte uppfylls i klassrummen. Dessa fem förmågor är begreppsförmåga, procedurförmåga, kommunikationsförmåga, resonemangsförmåga och problemlösningsförmåga.

3.2 Internationella studier

Trends in International Mathematics and Science Study 2015, TIMSS (2016a) är en internationell studie med syfte att mäta elevers kunskaper i matematik och naturvetenskapliga ämnen. Studien har genomförts vart fjärde år sedan 1995, med deltagande elever från årskurs 4 och årskurs 8. Svenska elevers genomsnittliga resultat har förbättrats sedan föregående studie 2011. Trots denna positiva vändning ligger elever i årskurs 4 och 8 under genomsnittet

i EU och OECD¹-länderna. Boesen et al. (2013) anser att de läroplansreformer Sverige infört sedan 1994 är en möjlig orsak till de tidigare nedåtgående resultaten.

TIMSS 2015 (2016a) undersökningen har två huvudinriktningar; innehållsliga och kognitiva. Det innehållsliga området är delar av matematiska förmågor, exempelvis taluppfattning eller geometriska former. Det kognitiva området består av tankeprocesser som eleverna behöver behärska för att kunna besvara och förstå uppgifterna på ett korrekt sätt. De kognitiva förmågorna delas in i områden; *veta, tillämpa och resonera*. Bland de kognitiva delarna visade svenska elever en styrka i förmågan *resonera*. Genom att resonera behärskar eleverna förmågan att analysera, formulera frågor, förutsäga, bedöma, dra slutsatser och motivera. Dessa förmågor motsvarar de förmågor som krävs för att lösa problem i matematik.

Programme for International Student Assessment 2015, PISA (2016b) är en undersökning med syfte att kartlägga elevernas kunskaper inom bland annat matematik. Målet för matematikdelen i PISA-undersökningen är att se hur elevernas förmågor står sig mot förmågan att kunna använda matematiska kunskaper och begrepp i vardagliga och realistiska situationer. Eleverna ska alltså kunna se matematik som en problemlösande aktivitet, i riktlinje för det centrala innehållet i Lgr 11 (rev. 2016). Även i PISA-undersökningen har Svenska elever förbättrat sitt resultat sedan föregående undersökning 2012. Resultatet är nu likvärdigt med det PISA-resultat som utkom 2009. Trots det förbättrade resultatet ligger svenska elevers resultat 15 poäng under den inledande undersökningen 2003.

3.3 Forskning med fokus på undervisning

Hieberts (2003) undersökning gällande traditionell undervisning visar att elever uppvisar en ökad kompetens i områden som kräver någon form av matematisk beräkning, alltså en memorerad procedur för att komma fram till en lösning. Traditionell undervisning är enligt Hiebert lektioner där läraren lämnar ytterst lite utrymme till diskussion och istället demonstrerar uppgifter på samma sätt som de förväntar sig eleverna att lösa dem. Elever uppvisar då svårigheter vid matematiska områden där de behöver resonera eller kommunicera. Boesen et al. (2013) förklarar att kommunikation är en viktig del i undervisningen för att en tankeprocess ska väckas mellan två individer. Ett kommunikativt klassrum är på så sätt nödvändigt för att eleverna ska nå målen i matematik.

En orsak till elevernas svårigheter att resonera kan relateras till traditionell undervisning i matematik. Under en sådan traditionell genomgång fördjupas inte kunskaperna och slutresultatet kopplas inte ihop med sambandet (Hiebert, 2003). Lithner (2008) beskriver detta som ett led i det imitativa resonemanget benämnt som memorerat resonemang (MR) där uppgiftens svar tillkommer genom en process, som eleven i sin tur har memorerat utan förståelse för orsak eller samband.

Den främsta orsaken till elevernas svårigheter att föra och följa matematiska resonemang är att de inte har tillräckliga kunskaper om det matematiska fundamentet, alltså de grundläggande kunskaperna inom matematik (Hiebert 2003). Matematiska resonemang är en kedja av tankar som tillsammans ska nå fram till en slutsats. Resonemanget behöver inte

¹ OECD: *Organisationen för ekonomiskt samarbete och utveckling* är en internationell organisation som genom de 35 medlemsländerna delar med sig av idéer och erfarenheter inom olika områden som påverkar den ekonomiska utvecklingen.

baseras på bevis eller logik så länge individen är medveten om de olika delarna i processen (Bergqvist & Lithner 2011).

Eleverna följer i de flesta fall regler som de har memorerat och därefter praktiserat upprepade gånger. Uppgifterna bli därför rutinbaserade utan att eleven har en förståelse om varför det blir som det blir. En annan bidragande orsak är att elever, på grund av saknad kunskap om de delar som ingår i det matematiska fundamentet, blir bättre på att göra beräkningar men sämre på att diskutera och resonera. Det i sin del bidrar till att elever stöter på svårigheter inför problem som inte innehåller direkt rutinbaserade- eller memorerade delar (Hiebert 2003).

Jäder, Sidenvall och Sumpter (2016) har undersökt hur elever i årskurs 4–6 löser uppgifter som inte är rutinbaserade. De utgår ifrån Lithners (2008) ramverk om imitativ och kreativt resonemang och använder det i studien för att urskilja delarna i elevernas diskussioner och lösningar. Utifrån målen i Lgr 11 (Rev. 2016) menar Jäder, Sidenvall och Sumpter (2016) att elever måste få en mer omfattande och explicit undervisning i problemlösning för att kunna lösa uppgifter som inte kräver ett *imitativt resonemang* (Lithner 2008). Genom videoupptagning, intervjuer och analysering av elevsvar kom de fram till att elever har en negativ inställning till sin egen förmåga när det inte går att lösa uppgiften på ett imitativt sätt. Elever i den svenska skolan är vana vid rutinbaserade uppgifter som går att lösa på ett imitativt sätt. På grund av det söker eleverna i studien efter imitativa strukturer för att lösa uppgifterna utan framgångsrikt resultat. Slutsatsen var att lärare måste ge eleverna undervisning i hur man löser icke-rutinbaserade uppgifter för att de ska utveckla förmågan att lösa problem (Jäder, Sidenvall & Sumpter 2016).

3.4 Forskning gällande lärares strategier

Roche och Clarke (2014) samt Roche, Clarke, Sullivan och Cheeseman (2013) har undersökt hur lärare kan behålla elevernas intresse när det gäller problemlösningssuppgifter. De menar att läraren, genom olika strategier, kan uppmuntra eleverna till att lösa problem. De har tidigare sett att lärare tenderar att ge för mycket information eller ge för enkla uppgifter och de vill därmed undersöka vad det kan bero på. Roche et al. (2013) studerade tre lektioner i årskurs 4 och 5 där eleverna fick olika problemlösande uppgifter varje lektion, innehållsmässigt kopplat till kartläsning, skala och koordinater. Undersökningen visade att lärare tenderar att förklara resonemang och tillvägagångssätt för eleverna i en alltför stor utsträckning, eleverna fick på så sätt inte möjlighet att lösa uppgifterna på egen hand (Roche et al. 2013).

Roche och Clarke (2014) har, baserat på Roche et al. (2013), vidareutvecklat strategier baserat på dessa tidigare undersökningar. Syftet med strategierna är att läraren ska stötta eleverna till att öka sin motivation för att lösa problemlösande uppgifter och även bibehålla koncentrationen. Buschman (2004) menar att lärare har svårt att undervisa problemlösning i matematik eftersom de ofta tvivlar på sin egen förmåga. Roche och Clarke (2014) efterfrågade lärarnas åsikt i vad som ansågs vara viktiga strategier i *planerandet* respektive *genomförandet* av en lektion med problemlösningssuppgifter. Resultatet från 36 lärare gav således 172 förslag av strategier i planeringsstadiet av en lektion samt 164 förslag kopplade till genomförandet.

Vid planeringsstadiet, ansåg majoriteten av lärarna att den viktigaste strategin var att anpassa innehållet och uppgifterna efter grupp och individ samt att tillgodose eleverna med stöttande material. Därefter kom, vid planeringsstadiet, strategier som hade koppling till själva uppgifterna. Gruppering samt anpassat material ansågs viktiga för att eleverna skulle ges de bästa förutsättningarna för att lära (Roche & Clarke 2014). En vanlig ursäkt, som lärare

använder som argument för att *inte* undervisa i problemlösning, är att materialet eller uppgifterna inte anses tillräckligt bra för att kunna användas i undervisningen och därför väljer många lärare att arbeta med ordinarie uppgifter (Buschman 2004). Vid frågor om strategier under genomförandet av lektionen ansåg majoriteten av lärarna att gemensamma diskussionen hade störst värdering. Läraren bör då uppmuntra och ifrågasätta eleverna i syfte att föra resonemanget vidare. Efterföljande strategier handlar om anpassning och gruppering som skedde under lektionstillfället (Roche & Clarke 2014).

Enkäten efterföljdes med möjligheten för lärarna att pröva 10 problemlösningssuppgifter på sina elever och därefter återkoppla med vilken strategi de ansåg var viktigast efter utförandet. Lärarna skulle vid andra delen av undersökningen anteckna den viktigaste strategin vid planeringsstadiet samt genomförandet. Skillnaden visade en ökning av strategier kopplade till att anpassa uppgifter och utöka diskussioner. Lärarna ansåg alltså att det krävdes mer förberedelser för att till exempel reflektera över potentiella svar till eventuella frågor. En tydligt utpekande skillnad, i framförallt genomförandet, är lärarnas insikt om att de behöver ta ett steg bakåt och överlåta tänkandet till eleverna. Lärarna känner att det är viktigt att hålla tillbaka med instruktioner när de undervisar lektioner med problemlösningssuppgifter eftersom de flesta kunde föra ett matematiskt resonemang (Roche & Clarke, 2014). Buschman (2014) har däremot kommit fram till att lärare tenderar att skylla på elevernas bristande förmåga och därmed inte introducerar problemlösningssuppgifter under lektionerna. Han menar att lärare inte tycker att eleverna försöker och förstår tillräckligt mycket för att de ska vara givande för dem. Roche och Clarke (2014) poängterar, trots resultatet som pekar på att läraren ska ta ett steg tillbaka, att det såklart finns instruktioner och genomgångar som är viktiga för att eleverna ska upprätthålla sitt engagemang till att lösa problem. Lärare måste förmå eleverna att kämpa, genom att exempelvis väcka nya idéer eller uppmuntra dem till att vidareutveckla pågående resonemang.

3.5 Läromedlets roll i undervisningen

Problemlösning i vardagliga situationer är en av de mål som elever i årskurs 4-6 ska få möjlighet att utveckla (Lgr 11, rev. 2016). Många lärare använder sig till största del av läromedel som ett underlag för matematikundervisningen. Uppgifterna i svenska matematikböcker är oftast modellerade och efterföljs av upprepning av liknande uppgifter där eleverna löser varje övning på samma sätt (Boesen et al. 2014). Brehmer, Ryve och Steenbrugge (2015) har undersökt hur stor del av utvalda svenska matematikböcker som faktiskt innehåller problemlösningssuppgifter. De nationella proven följer styrdokumentens riktlinjer där alla förmågorna i matematik ska genomföras, däribland problemlösningssuppgifter. Trots att läromedel ska följa samma riktlinjer är fördelningen av uppgifterna ojämn. Majoriteten av övningarna är kan sammankopplas till ett imitativt resonemang som exempelvis upprepning och beräkning vilket gör att eleverna inte får möjlighet att utveckla problemlösningens förmågan till fullo.

Tre vanligt förekommande svenska läromedel undersöktes och kategoriserades enligt Lithners (2008) ramverk om imitativa och kreativa resonemang. Resultatet visade att endast 5,45% av läromedlens sammanställda uppgifter kunde kategoriserats som problemlösande. Uppgifterna, som uppnådde kriteriet för att klassas som problemlösning låg dessutom nästan alltid sist i varje kapitel. Placeringen i slutet av varje kapitel utgjorde ett hinder för många elever som hade svårighet att hinna räkna fram dit (Brehmer, Ryve & Steenbrugge, 2015).

4. TEORETISKT RAMVERK

Ramverket utgår ifrån Lithner (2008), professor i matematikdidaktik- *hur man lär ut matematik*. Lithner har i sin tur utgått från flera olika typer av forskning kring problemlösning däribland Schoenfelds (1985) ramverk som också kommer lyftas fram. Lithner (2008) har forskat i hur undervisningen har påverkat det nedåtgående resultatet i matematik. Han har kommit fram till att lärare generellt undervisar på ett ytligt sätt där eleverna memorerar matematiska tillvägagångssätt genom utantillinlärning men att de sällan undervisar i problemlösning. På så sätt lär sig eleverna att räkna mekaniskt men de förstår oftast inte innebörden. Schoenfeld (1985) förtydligar dock att problem är individuella och frågan huruvida ett problem faktiskt är ett problem beror på individen och dess förkunskaper. Ett problem är på så sätt inte en kategori uppgifter utan baseras på svårigheten för en individ att lösa en specifik uppgift.

Genom empiriska studier fokuserade på sätt att resonera inom ämnet matematik har Lithner (2008) kommit fram till ett ramverk vilket kategoriserar in matematiska resonemang till imitativa och kreativa resonemang. De imitativa resonemangen är kopplade till uppgifter som är välkända för eleverna och en metod som de har använt sig av tidigare. Eleverna kan dock inte förklara sambandet till uppgifternas resultat eftersom de inte har förståelse för det. Ett exempel på imitativt matematiskt resonemang kan vara att lösa en algoritm genom en kedja av beräkningar utan att resonera över resultatet. Ett kreativt resonemang består i sin tur av ny eller bortglömd kunskap som appliceras på ett nytt matematiskt problem. Lösningen innefattar därefter argument som tillsammans ska utgöra grunden för om resultatet är rimligt eller inte. Resonemanget ska även bygga på fundamentala matematiska egenskaper (Lithner, 2008).

4.1 Matematisk problemlösning

Matematisk problemlösning kan förklaras som olika sätt att nå en lösning via redan vedertagna strategier eller genom att pröva nya hypoteser. Ett problem är på så sätt en utmaning där individen inte har en självklar lösning eller algoritm att förlita sig på (Schoenfeld, 1985). Forskning visar att elever i skolan sällan ställs inför matematisk problemlösning utan istället regelbundet utövar rutinbaserade uppgifter (Lithner, 2008). Genom problemlösning utvecklar eleverna strategier som hjälper dem att bli påhittiga, kreativa och effektiva inom ämnet matematik. För att det ska kunna lyckas krävs dock att eleverna har god kunskap om matematikens grunder, alltså det matematiska fundamentet (Schoenfeld, 1985).

4.2 Matematiskt resonemang

Matematiskt Resonemang är den tankeprocess man går igenom vid lösningen av ett problem eller matematisk uppgift. De huvudsakliga matematiska resonemangen är de imitativa och kreativa (Lithner, 2008). Tankeprocessen vid problemlösning består av fyra delar som tillsammans utgör ett kreativt matematiskt resonemang;

Resonemang vid problemlösning:

1. Ett problem introduceras där lösningen inte är uppenbar
2. En strategi väljs ut för att lösa problemet
3. Strategin tillämpas
4. En slutsats förvärvas

(Lithner, 2008 s. 257. Fritt översatt)

4.2.1 Imitativt resonemang

Genom att lösa flera uppgifter på samma sätt utvecklas ett imitativt resonemang där eleven kan lösa liknande uppgifter genom att memorera processen. Imitativt resonemang, enligt Lithner (2008) delas upp i *memorerat resonemang* (MR) och *algoritmiskt resonemang* (AR). Vid MR består resonemanget av processer från liknande uppgifter. Uppgiften söker endast fakta och bevis som genom logiska tankekedjor bildar ett svar. AR kan beskrivas som uppgifter som kan frågas efter en specifik uträkning genom en algoritm (Lithner 2008). Elever behärskar ofta de imitativa resonemangen utan att förstå själva innebörden av deras uträkningar. Elever kan nå höga betyg inom matematik genom att enbart behärska det mekaniska tänkandet trots uteblivna fundamentala kunskaper. Genom ett imitativt tänkande kan elever, som trots allt har höga betyg, inte använda sig av matematiskt tänkande vid problemlösningen eftersom det inte är viktigt för dem (Schoenfeld, 1985). Läromedel i matematik är formade för att eleverna ska kunna vara självgående utan att behöva be läraren om hjälp. Uppgifterna är tydliga, och ofta ges exempel på hur eleven ska göra för att komma fram till ett svar. Eleverna får då ingen förståelse för hur uppgifterna är uppbyggda vilket resulterar i låga resultat i test där det krävs kreativa resonemang (Lithner 2008).

4.2.2 Kreativt resonemang

Ett kreativt resonemang sker när uppgiften är ny för eleven och inga liknande uppgifter har utförts tidigare. Kriterierna för ett kreativt resonemang är följande:

1. Nytt. Ett nytt resonemang skapas eller ett gammalt resonemang blir återskapad.
2. Sannolikhet. Argument som bekräftar valet av strategi och som även motiverar lösningens sannolikhet.
3. Matematisk grund. Processen, argumenten och slutsatsen är byggda på matematiskt fundament.

(Lithner, 2008)

Eleven är oförmögen att genomföra ett imitativt resonemang, för att eleven ska kunna nå en slutsats måste hen använda argument som är befästa i matematiska fundament. Eleven ska även kunna analysera lösningen och se om den verkar rimlig eller inte. Eleverna uppmuntras till att skapa kreativa lösningar och ta risker inom matematiken (Lithner 2008). Lithner (2008) och Schoenfeld (1985) förklarar att ett heuristiskt förhållningssätt är en viktig del för att eleverna ska kunna utveckla ett kreativt resonemang. Heuristik förklaras av Schoenfeld (1985) som flera strategier som väljs utifrån uppgiftens struktur. Genom att använda heuristiska strategier kan eleven välja en teknik som hjälper hen att förstå ett problem och förhoppningsvis även lösa det. Heuristiska strategier börjar med att försöka förstå problemet och vad som efterfrågas. Därefter följer ett val om vilket tillvägagångssätt som verkar mest passande att använda sig av. Heuristiska strategier kan exempelvis vara att måla upp problemet för att få en bättre överblick, det kan även vara att förenkla uppgiften genom att minska värdena (Schoenfeld 1985). Lithner (2008) förklarar dock att ett sådant kreativt resonemang sällan utövas av elever trots att det i många fall förenklar uppgifter som individen uppfattar som problematiska.

5. METOD

Här presenteras urvalet och varför ett bekvämlighetsurval gjorts. Genomförandet består av redovisning av metodvalet; kvalitativ intervju. En överblick ges över analyseringen av resultatet och bearbetningen av det. Till sist ges även en redovisning av de forskningsetiska principer som tagits i beaktning inför, och under arbetets gång.

5.1 Urval

För att studiens syfte ska kunna besvaras krävs det att deltagande lärare undervisar i ämnet matematik. Sex stycken lärare godkände sitt deltagande, uppfyllde kriterierna och deltog därmed i studien. De tre skolorna som valdes ut ligger i samma kommun men i olika stadsdelar. Jag kontaktade främst lärare som jag på något sätt knutit kontakt med under min studietid. Det här bekvämlighetsurvalet skedde eftersom jag inte fick besked från övriga lärare som jag mailade i inledningsfasen. 25 mail skickades iväg till olika skolor och lärare men trots upprepade försök fick jag inget svar. På grund av det här och tidsramen för arbetet blev ett bekvämlighetsurval nödvändigt för att studien skulle kunna färdigställas i tid. Av de sex lärare jag sedan tillfrågade personligen ställde samtliga upp för intervju.

5.2 Genomförande

Studiens resultat bygger på kvalitativa intervjuer av sex lärare. Lärarna intervjuades separat och därefter analyserades deras svar med syfte att svara på studiens forskningsfrågor. Bland annat hur lärarnas tolkar problemlösningsförmågan och vilket utrymme problemlösning får i deras undervisning. Analysen har gjorts utifrån Lithners (2008) ramverk med fokus på de imitativa och de kreativa resonemangen och dessa har använts för att sammanställa ett resultat som i sin tur diskuterats utifrån tidigare forskning och studiens ramverk.

5.2.1 Kvalitativa intervjuer

Intervjuerna som genomfördes var klassade som *halvstrukturerade* (Dahlgren & Johansson, 2009). Intervjuerna innehåller därmed ett fåtal frågor med syfte att vägleda den som intervjuar. Dialogen utvecklas i takt med respondentens svar och intervjuarens följdfrågor. För att intervjun ska bli fyllig krävs det välutvecklade svar från respondenten. Eftersom jag ville ha fram så utförliga svar som möjligt ansåg jag att en sådan form av intervju gjorde det möjligt för mig att ställa följdfrågor. Med hjälp av dessa följdfrågor kunde jag utveckla respondenternas svar för att få fram ytterligare information om exempelvis strategier eller undervisningssätt. En strategi från intervjuaren kan vara att ställa följdfrågor där respondenten får utveckla sitt resonemang ytterligare, ett exempel på en sådan fråga kan vara "*hur menar du då?*". En annan strategi kan vara att intervjuaren nickar medhållande vilket kan uppfattas som att respondenten är inne på rätt spår och resonemanget är relevant (Dahlgren & Johansson 2009).

Dahlgren och Johansson (2009) förklarar även att det är bra att spela in samtalet för att intervjun ska bli ihågkommen på ett fördelaktigt sätt. På grund av detta ansåg jag att inspelning av intervjuerna var att preferera. Alla intervjuernas delar transkriberades skriftligt ner, för att sedan granskas i analysarbetet. Wallén (1996) beskriver processen med efterarbetet som omfattande. Transkriberingen bör ske samma eller nästkommande dag eftersom resultatet kan vara kopplat till sammanhanget. Eftersom jag intervjuade respondenterna under två dagar kunde jag ägna eftermiddagarna åt transkribering och därmed inte förlora kopplingen till sammanhanget.

5.2.2 Analys och bearbetning

Kvalitativ analys handlar om att skapa mening från en mängd insamlade data (Patton, 2002). Genom den insamlade datan kan forskaren urskilja mönster och kategorier (Fejes & Thornberg 2002) För att analysera resultatet har jag använt mig av Lithners (2008) teoretiska ram. Deltagarnas svar tolkades utifrån de begrepp som är väsentliga för den här studien, alltså de imitativa och de kreativa resonemangen. Eftersom Lithner har utgått från bland annat Schoenfeld (1985), som är en del av den teoretiska ramen, har även hans resonemang om heuristiska strategier använts för att analysera det kreativa resonemanget.

5.2.3 Forskningsetik

Deltagarnas identitet är skyddad och deras arbetsplatser nämns inte i studien. I min kontakt med lärarna har jag lovat fullständig anonymitet för alla deltagare. Samtliga lärare har blivit informerade genom missivbrevet (Bilaga 1) som jag skickade ut i förhand om studiens syfte och genomförande. Trots att jag erbjöd deltagarna att ta del av intervjufrågor (Bilaga 2) innan var det ingen som ansåg att det var nödvändigt. Lärarna kommer i resultatet benämnas som lärare A-F för att deras identitet inte ska avslöjas. Vetenskapsrådet (2002) har riktlinjer kallade individskyddskravet som ska efterföljas vid forskning. Vid varje forskningssituation måste forskaren själv reflektera över eventuella negativa konsekvenser som deltagare kan drabbas av i undersökningen. Individskyddskravet kan sammanfattas i de fyra huvudkraven informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet som var för sig har vissa grundläggande riktlinjer.

Informationskravet handlar om forskarens krav på att lämna information till berörda deltagare. Där gäller information om forskningen syfte och deras rätt till deltagande. Deltagarna ska även bli informerade om deras roll i undersökningen och de villkor som gäller. Forskaren ska tydligt informera att det är frivilligt att delta men även förklara de bidrag som undersökningen kan komma att ge (Vetenskapsrådet 2002). Genom att skicka ut missivbrev (bilaga 1) där syftet för undersökningen samt villkor för deltagande stod skrivet fullföljdes informationskravet.

Samtyckeskravet handlar om att deltagarna själva kan välja huruvida de ska delta i undersökningen eller inte. Det är viktigt att forskaren har individens samtycke till att vara med i undersökningen där deltagaren är aktivt medverkande. Deltagare kan även själva avbryta sitt deltagande när de vill och bestämma på vilka villkor de ska vara medverkande (Vetenskapsrådet 2002). Missivbrevet (bilaga 1) förmedlade att deltagande var frivilligt och deltagande lärare kunde avböja medverkan.

Konfidentialitetskravet är ett krav som nämner de uppgifter som lämnas av deltagare. Dessa uppgifter ska behandlas konfidentiellt så att inga obehöriga kan nyttja dem. Forskaren har även tystnadsplikt när det gäller etiskt känsliga uppgifter om individer. Det är viktigt att forskaren avrapporterar deltagare och försvårar arbetet med att identifiera deltagarna (Vetenskapsrådet 2002). Intervjun spelades in för att sedan transkriberas, därefter raderades enbart ljudfilerna.

Nyttjandekravet innefattar etiska regler kring materialet som insamlas som endast får användas i forskningssyfte och inte utlånas. Informationen som tillhandahålls forskaren får inte säljas eller lånas ut till exempelvis vinstdrivande företag. Individen ska inte heller riskera att drabbas av åtgärder eller beslut som påverkats av det insamlade materialet (vetenskapsrådet, 2002). Resultatet av deltagarnas svar har därmed endast använts för att sammanställas anonymt i den här undersökningen.

5.2.4 Validitet och reliabilitet

Genom mätinstrumentet krävs det *validitet* där resultatet bygger på det som man har haft intention att mäta och där inget ovidkommande påverkar. För att göra det krävs att det som man vill mäta är noga avgränsat och definierat (Wallén 1996). Brister i datainsamlingen kan påverka resultatet så pass mycket att studiens syfte inte går att besvara (Fejes & Thornberg 2009). Genom att hålla mig följdriktigt gentemot det som studien vill undersöka stärks studiens validitet.

Även *reliabilitet* är ett viktigt kriterium med avsikten att mäta pålitligheten hos mätinstrumentet för att undvika slumpinflytande. Brister i instrumentets reliabilitet kan resultera i felvärden som påverkar undersökningens resultat. För att reliabiliteten ska vara korrekt vid kvalitativa intervjuer krävs det att intervjuarens förmåga är stärkt av erfarenheter och på så sätt tränade (Patel & Davidson 2011).

6. RESULTAT

Efter transkribering kunde fyra huvudkategorier urskiljas i resultatet, vilka kommer sammanställas i detta avsnitt. Resultatet kommer att redovisas i linje med Lithners (2008) ramverk som ett verktyg för att analysera lärarnas åsikter gällande problemlösning, hur de undervisar och vilken utsträckning läromedlet påverkar undervisningen. Lärarna är anonyma och har blivit tilldelade en bokstav mellan A-F för att säkerställa deras anonymitet.

6.1 Uppfattningar och åsikter om problemlösning

Gemensamt för lärarna var att de ansåg att problemlösning är viktigt för elevernas utveckling inom matematik. Lärare D förklarar att elevernas arbete med problemlösning gör dem generellt mer kreativa i matematikundervisningen. Lärarnas tankar om kreativt resonemang går i linje med Lithners ramverk, dock krävs det att eleverna har tillräckligt grundläggande matematiska kunskaper. Något som, bland annat lärare D, inte tar upp som en viktig aspekt.

Genom att undervisa i problemlösning får eleverna förståelse för att matematik inte behöver vara svart eller vitt. Jag menar alltså att de kan förstå att man kan lösa en uppgift på flera olika sätt.

Lärare D

Trots lärarnas åsikter om hur viktigt det är med problemlösning i undervisningen anser alla att eleverna har svårt för uppgifter som kan klassas som något slags problem. Lärare C förklarar genom att tolka begreppet problemlösning ordagrant där han menar att eleverna just har problem med att lösa dem. Hen anser att det gäller alla uppgifter som kan kopplas ihop med begreppet problemlösning. Vid frågan om vad hen anser att det beror på, blir förklaringen att elever är så vana vid att se svaret eller kunna plocka ut det de behöver ur uppgifterna. Lärare E resonerar liknande där hen beskriver att eleverna väntar på att svaret eller nyckelorden ska komma flygandes, eleven kan då enkelt plocka ner dem och skriva ner i boken. Lärare C:s och E:s samspråk visar att deras elever har svårigheter med att föra ett kreativt resonemang och därmed behöver utveckla den här förmågan för att kunna lösa sådana uppgifter.

Problemlösning är oftast en kombination av olika matematiska begrepp och kanske därför tvärtom kommer efter vissa grundläggande kunskaper.

Lärare F

Vid frågan om problemlösning var relevant för att kunna lösa övriga uppgifter inom matematik ansåg lärare E och F att de möjligtvis kunde vara tvärtom. Enligt Lithners ramverk behöver elever argument som är befästa i matematiska fundament för att kunna lösa uppgifter som kräver ett kreativt resonemang. De förklarar på liknande sätt att problemlösningssuppgifter oftast består av färdigheter som eleverna redan vet och att det därför kommer efter ”vissa grundläggande kunskaper”. Lärarnas resonemang kan dock liknas vid ett imitativt resonemang som enligt Lithner inte på något sätt kan tolkas som kreativt. Med det menas alltså att eleverna tillhandahålls ”problem” som redan innefattar de förmågor som eleverna behärskar, alltså sker inget kreativt resonemang utan snarare imitativt. Skillnaden blir alltså att kreativt resonemang bygger på delar av det matematiska fundament som eleven använder sig av för att ta sig vidare i det matematiska resonemanget, inte elevens förmåga att komma ihåg processer.

6.2 Undervisning vid problemlösning

Tabell 1: Hur ofta sker det explicit problemlösningsundervisning

Lärare	A	B	C	D	E	F
Skjer explicit undervisning i problemlösning	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja	Ja
Hur ofta	Flera gånger i veckan	En gång i veckan	Aldrig	En gång i veckan	En gång varannan vecka	En gång var fjärde vecka

I tabellen (Tabell 1) framgår det att majoriteten av lärarna undervisar, mer eller mindre någon gång i veckan eller månaden, explicit problemlösningsundervisning med uppgifter som inte är kopplade till det ordinarie läromedlet. Resultatet skiljer sig från Lithners resultat där empirin, som ligger till grund för hans ramverk, visar att lärare generellt undervisar på ett sätt som främst utvecklar elevernas imitativa förmåga, och därmed sällan undervisar i problemlösning. Lärare A som inte arbetar utifrån ett läromedel har lektioner flera gånger i veckan där klassen har diskussioner kring ett nytt område eller ett område där eleverna behöver återkoppling. Lektionerna struktureras upp genom att läraren introducerar ett område därefter löser eleverna en liknande uppgift i grupp. Gruppmomentet gynnar i sin tur elevernas kommunikativa förmåga i matematik. Lärare C frångår aldrig läromedel vilken kan tänkas bero på hans lärarroll där eleverna kommer till hen med sitt ordinarie undervisningsmaterial.

Lärare B planerar inför en lektion med problemlösningsundervisning genom att vara noggrann med vilket material som ska användas och hur eleverna ska arbeta med det. Hen låter även eleverna pröva uppgifterna flera gånger i syfte att förbättra deras resultat.

Jag börjar med att visa målet för lektionen för eleverna så att de ska få en uppfattning om vad de ska göra. Därefter introducerar jag uppgiften och sedan jobbar de oftast i par. Ibland får de göra samma uppgift två gånger så att de får möjlighet att lösa den på ett annat sätt. Då tycker ofta eleverna att det blir bättre.

Lärare B

Lärare E och lärare F tillgodogör sig med uppgifter som de diskuterat fram tillsammans med kollegor, antingen genom lärarlyftet² eller på ämneskonferens. Lärare E anser att det är av största vikt att det är progression i uppgifterna, alltså att läraren kan använda sig av samma problem fast med stigande svårighetsgrad. Vid frågan om det är för att kunna individualisera undervisningen och på så sätt erbjuda enklare uppgifter för elever som har svårigheter svarar lärare E nekande. En progression eller upprepning av uppgifter följer inte Lithners kreativa resonemang eftersom det inte möjliggör för eleven att gå igenom den kreativa tankeprocessen när ett liknande problem redan genomförts. Däremot kan ett memorerat resonemang (MR) utvecklas där eleverna kommer ihåg processen från tidigare uppgifter och därmed via bevis bildar ett svar.

² Kompetensutveckling inom matematikdidaktik som genomförs lokalt på den egna skolan. Ingår i de nationella skolutvecklingsprogrammen.

Lärare E och F förklarar att eleverna under lektionerna gör samma uppgift och då arbetar de oftast i mindre grupper om två eller tre elever i varje grupp. Lärare E använder sig av EPA³-modellen där eleverna får ut mycket av varandras resonemang och strategier om hur de har löst uppgifterna. Lärare F håller till största del lärarledda lektioner i problemlösning där eleverna får diskutera med varandra under kortare stunder flera gånger under lektionen. Till skillnad från lärare F:s lärarledda lektioner har lärare E och lärare D en kortare genomgång för att sedan låta eleverna arbeta med sina resonemang. Lärare C förklarar däremot att eleverna inte har möjlighet att tänka fritt eftersom de har sådana svårigheter att greppa matematiken.

Eleverna har problem med att lösa dem. De har ett problem som ska lösas och det har de problem med och det gäller alla uppgifter som kallas problemlösning.

Lärare C

Den lilla gruppen Lärare C undervisar arbetar problemlösande med läraren som stöd men det sker en helt annan typ av genomgång än den som sker i elevernas ordinarie klassrum. Lärare C förklarar att hen behöver gå igenom ett område på flera olika sätt och med flera olika metoder för att eleverna ska få en förståelse för uppgifterna. Lärare C anser att de elever hen undervisar ”ständigt jobbar med något slags problem” eftersom de inte har tillräckligt grundläggande matematiska kunskaper. Lärare C resonerar i likhet med Lithner, som menar att dessa kunskaper är nödvändiga för att eleverna ska kunna föra ett kreativt resonemang vilket kan förklara varför lärare C har den uppfattningen om sina elever.

Sammanfattningsvis kan sägas att majoriteten av lärarna undervisar i explicit problemlösning. Uppgifternas kvalitet är inget som lärarna tar upp som ett argument för att inte undervisa explicit i problemlösning. I likhet med Lithners ramverk gällande kreativt resonemang kan sägas att lärarna introducerar nya problem för eleverna dock genomför flera av lärarna en återkoppling eller upprepning av problemen. Det bidrar till att den tid som läggs på problemlösning inte enbart fokuserar på kreativt resonemang utan även imitativt memorerat resonemang (MR).

6.3 Lärarnas arbetssätt

Lärare D förklarar att eleverna behöver undervisning för att lära sig strategier som hjälper dem att tänka själva, utan att förlita sig på att läraren ska redogöra lösningen för dem. Vidare förklarar hen att en metod som kallas C3B4ME⁴ är viktig i hens klassrum, speciellt under matematiklektionerna. Eleverna fördjupar sin kunskap genom att förklara för andra och läraren får mer tid till att hjälpa de elever som verkligen behöver stöttning. Lärare D använder sig även av strategin LURBRA⁵ där eleverna kan pricka av i listan när de känner att de inte kommer vidare i sitt resonemang. Dessa strategier kan jämföras med Lithners heuristiska strategier som hjälper eleven att nå fram till en lösning på egen hand.

Dessa strategier ingår i det kreativa resonemanget och är på så sätt viktiga för att den förmågan ska utvecklas hos eleverna.

³ EPA: Eleverna får först reflektera *Enskilt* därefter i *Par* och till sist håll en diskussion med *Alla* elever.

⁴ C3B4ME: ”See Three Before Me”, eleven som behöver hjälp först frågar tre klasskamrater innan frågan kommer till läraren

⁵ LURBRA: **L**äs hela texten, **U**pprepna frågan, **R**inga in viktig information, **B**estäm räknasätt, **R**ita en lösning och **A**nvänd matematikspråk

Lärare B, D, E och F använder sig av eleverna som lär resurser och arbetar med passande gruppindelningar. Lärare F börjar sin undervisning med gemensamma genomgångar och diskussioner, eleverna tar sedan vidare diskussionen i par och därefter helklass eller mindre grupper. Hen menar att eleverna får en möjlighet att tänka till själva först och bilda sig en egen uppfattning kring val av strategier. Därefter kan eleverna med sina färdiga resonemang gå vidare till klasskamraterna och förklara hur de tänkt samt ta del av de andra elevernas tankar. Lärare B poängterar dock hur viktigt det är att grupperna är väl sammansatta. En elev som är väldigt duktig inom ett område kan främjas av att vara med en elev som har svårigheter, på så sätt utvecklas båda två genom en slags stöttning. Dock är det lika viktigt att en sådan elev utmanas tillsammans med elever som ligger på en liknande nivå. Lärare E arbetar med gruppindelningar för att eleverna ska få ut så mycket som möjligt av varandras argument. Lärarnas resonemang vid gruppindelningar är ett sätt för eleverna att tillsammans nå målen via en kreativ tankeprocess. Lithner förklarar att problem är individuella i förhållande till elevens förkunskaper och att eleverna då tillsammans kan använda varandras erfarenheter för att lösa problemet.

Det är kul att se glöden hos eleverna när de löser en uppgift. Om man lämnar klassrummet en liten stund och sen kommer tillbaka och hör att det sorlar fast de pratar om matematik, då har man lyckats. Sen finns det även dem som tar med sig diskussionen ut på rast, det är tecken på att man har valt en intressant uppgift.

Lärare E

Lärare C arbetar mycket med att konkretisera för eleverna på ett sätt som varje elev förstår. Hen menar att varje elev har sitt eget sätt att lära och mindre grupper gör det möjligt att plocka fram det som triggar eleverna till att lära och förstå. Lärare B, C och D nämner olika sätt som beskriver hur problemlösningsuppgifter kan hjälpa eleverna att öka sin förståelse, gemensamt är dock att de relaterar till bilder. Lärare C förklarar också att eleverna kan se matematiken i bilder och då få en förståelse för uppgifter på ett sätt som de kan greppa. Lärare D menar att eleverna får lära sig flera olika sätt att lösa samma uppgifter, till exempel genom att måla. Här kan lärarnas resonemang kopplas till Lithners tankar om heuristiska strategier där eleverna utvecklar ett kreativt resonemang genom att till exempel måla upp problemet eller förenkla det.

Det räcker med tanken att man kan se det i ett sammanhang. När har eleverna nytta av det och hur kan de använda sig av det. Kort sagt att se vad som ligger bakom siffrorna.

Lärare B

Lärare C arbetar mycket med plockmaterial, det kan exempelvis vara pennor, bollar eller tärningar men oftast bli det en flyttbar whiteboardtavla som flyttas med vart hen är sitta i klassrummet. Hen målar ofta upp talet eller förenklar tal för att underlätta för eleverna att greppa förståelsen. Även lärare A använder sig till stor del av plockmaterial för att variera undervisningen. Hen förklarar att det sker kontinuerligt under hela lektionen och eleverna har även tillgång till laborativt material i klassrummet. Lärarna använder sig alla av konkret material. Exempel som nämndes under intervjuerna var främst centikuber, plockisar, papper, penna samt linjal och passare. Lärare E och C använder främst materialet när eleverna uppvisar svårigheter. Övriga lärare använder materialet både vid introduktion och när eleverna visar att de inte förstår.

Lärarna undervisar därmed på ett sätt som, i linje med Lithners kreativa resonemang, utvecklar elevernas förmåga att utveckla ett metakognitivt tänkande. Med det menas att lärarna undervisar i syfte att utveckla elevernas förmåga att själva välja heuristiska strategier i sina resonemang. Material, måla bilder eller förenkla är alla heuristiska strategier som hjälper eleverna att förstå och lösa problem. Gruppindelningar kan även underlätta för eleverna att lösa problem eftersom ett problem klassificeras i förhållande till elevernas olika erfarenheter och förkunskaper.

6.4 Läromedlets roll

En av intervjufrågorna berörde läromedel i matematik och majoriteten av lärarna använde sig på ett eller annat sätt av läromedel i matematikundervisningen. Nedan följer en sammanställning av respondenternas svar.

Tabell 2: Användning av läromedel i undervisningen

Lärare	A	B	C	D	E	F
Använder sig av läromedel	Nej	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
Till hur stor del	Ingen alls	I huvudsak	Alla lektioner	I huvudsak	I huvudsak	Hälften av lektionerna
Procentuell uppskattning av läraren	0%	60%	100%	70%	85%	50%

Lärare A är den enda av de deltagande lärarna som inte använder sig av läromedel i undervisningen (Tabell 1). Lärare A:s undervisning bygger istället på laborerande och eventuellt färdighetsträning utifrån stenciler eller liknande kopieringsunderlag. Lärare A påpekar att det är viktigt att undervisa på ett sätt där eleverna förstår grunden och sambandet i matematik, vilket också visar att lärare A undervisar på ett sätt som enligt Lithner krävs för att eleverna ska utveckla förmågan att föra ett kreativt resonemang. Lärare C däremot utgår till fullo ifrån läromedel eftersom han till största del arbetar med elever som behöver extra stöttning och då lämnar klassrummet för att arbeta i en mindre grupp. Under tiden som dessa elever lämnar klassrummet arbetar resten av klassen med explicit problemlösning som inte bygger på läromedlet. Hen tycker därför att det är synd att dessa elever enbart försöker komma ikapp i matematikboken. Lärare C:s elever utvecklar på så sätt främst ett imitativt resonemang där uppgifterna är välkända och löses på ett memorerat tillvägagångssätt.

Eleverna kommer till mig för att jobba ikapp i boken, de plockas ur klassen för att arbeta och då arbetar de enbart med läromedlet som de har.

Lärare C

Lärare B och D förklarar att de arbetar till största majoritet utifrån läromedlet medan övrig tid läggs på uppgifter som plockas från externa källor eller ägnas åt laborerande. Lärare B resonerar dock att allt egentligen handlar om läromedlet eftersom det är kring det läraren planerar in sin lektion och vilka moment som eleverna ska lära sig.

Som exempel kan jag ta en övning från läromedlet som handlar om tidsuppfattning. Då kan ja ta med eleverna ut och ställer dem i en ring så får de uppskatta hur lång en minut är. Det blir ju från läromedlet fast man gör något annat av det.

Lärare B

Lärare F uppskattar sin användning av läromedel till hälften av undervisningen där resterande tid går åt till klassrumsdiskussioner eller gemensam lärarledd problemlösning. Hen förklarar att eleverna får ut mycket av diskussioner med varandra. Även Lärare E uppmuntrar eleverna till att diskutera i grupp vid uppgifter i och utanför läromedel. Lithners resultat visar däremot att lärare sällan undervisar i problemlösning. Majoriteten av lärarna i den här studien använder sig av läromedel, dock visar resultatet att uppskattningen av användningen sällan uppnår 100%.

7. DISKUSSION

Den här delen delas in i resultatdiskussionen där studiens syfte återkopplas. Resultatet har jämförts med tidigare forskning och teoretisk ram för att därefter analyseras in i fyra huvudkategorier. Dessa kategorier är; *Begreppet problemlösning och matematiska fundamentet; explicit undervisning; strategier och material samt läromedel.* Därefter följer *metoddiskussionen* där val av metod analyseras och kritiseras. *Didaktiska konsekvenser* tas även upp, där det reflekteras över studiens resultat utifrån ett didaktiskt perspektiv. Till sist följer en reflektion om hur studien kan utvecklas genom *vidare forskning.*

7.1 Resultatdiskussion

Den här studiens resultat visar att lärarna undervisar med syfte att utveckla elevernas förmåga att lösa problem. Dock menar de trots detta att eleverna generellt har svårt för dessa uppgifter, trots explicit undervisning. Problemlösningen ges överlag stort utrymme i undervisningen men problemet kvarstår. En grundläggande matematiskt grund är något som är nödvändigt för att lösa matematiska problem, något som endast två av lärarna tog upp som en viktig aspekt. Problemlösning handlar om att lösa problem i vardagliga och realistiska situationer och eftersom alla lärarna använde fysiskt material strävar de för att konkretisera den här förmågan vilket underlättar inläringen.

7.1.1 Begreppet problemlösning och matematiska fundamentet

Enligt LGR 11 (rev. 2016) ska eleverna få möjlighet att utveckla sin problemlösning förmåga. För att lärare ska kunna undervisa på ett sätt som möjliggör att eleverna utvecklar den här förmågan behöver lärarna själva vara införstådda med begreppet. Eleverna kan inte enbart ges uppgifter som enligt skolan klassificerats som ”problemlösning uppgifter” utan att de först har kunskap om det matematiska fundamentet. Trots att lärarna i den här studien ansåg att det var viktigt att eleverna får undervisning i problemlösning var det endast två som poängterade att en matematisk grund var viktig för att överhuvudtaget kunna utveckla den här förmågan. Lärarna i den här studien var däremot eniga om att eleverna överlag hade svårigheter med att lösa problem. En fråga man då kan ställa sig är om det beror på att eleverna inte har tillräckliga matematiska kunskaper. Hiebert (2003) kom fram till att brister i det matematiska fundamentet bidrar till elevernas svårighet med att föra och följa matematiska resonemang. Även Lithner (2008) visar i sitt ramverk att det matematiska fundamentet är viktigt för att kunna föra och följa ett kreativt resonemang.

7.1.2 Explicit undervisning

Majoriteten av lärarna i den här studien undervisar explicit i problemlösning, vilket är ett förvånansvärt resultat eftersom forskning (Lithner 2008; Boesen et al. 2013; Roche & Clarke 2014) visat att det sällan genomförs i skolan. Lärarna hade däremot olika procentuella uppfattningar om utsträckningen av sådan undervisning. Eftersom elever som sällan eller aldrig får undervisning i hur de ska lösa matematiska problem, uppvisar då svårigheter vid icke-rutinbaserade uppgifter. Trots att explicit undervisning sker anser lärarna att deras elever har svårt för uppgifter som kräver ett kreativt resonemang. Jäder, Sidenvall och Sumpter (2016) kom fram till att explicit undervisning i problemlösning var viktigt för att eleverna skulle utveckla förmågan att föra ett kreativt resonemang. Frågan jag ställs inför blir då om lärarnas undervisning bör öka i omfattning eller om eleverna inte har tillräckliga kunskaper om det matematiska fundamentet.

Under dessa explicita lektionstillfällen är eleverna oftast indelade i mindre grupper för att, bland annat, låta eleverna använda varandra som lär resurser. Kommunikation är en viktig del av ett kreativt resonemang och något som eleverna behöver träning i. Genom att dela in eleverna i mindre grupper kan det eventuellt försvåra elevernas möjlighet till att föra och följa kreativa resonemang om de inte har fått tillräcklig undervisning i att kommunicera matematiskt. En traditionell undervisning enligt Hiebert (2003) bidrar till att eleverna får svårighet att kommunicera eftersom de liksom Lithners (2008) imitativa resonemang arbetar med memorerade processer. Frågan kan då ställas om lärarna i studien har utvecklat sina elevers förmåga att kommunicera eftersom en svårighet att kommunicera bidrar till problem med att föra ett kreativt resonemang.

7.1.3 Strategier och material

Lärarna i den här studien uppgav flera olika strategier för att stötta eleverna vid undervisning med problemlösande uppgifter. En gemensam faktor för dessa strategier är att lärarna utvecklar dem i syfte att göra eleverna mer metakognitiva. Med metakognition i den här bemärkelsen menas att eleverna får lära sig strategier för att själva kunna lösa problem. Exempel på sådana strategier var att lära ut så kallade heuristiska strategier, alltså att rita bild, ställa upp i tabell eller att minska värdena. För att eleverna ska kunna arbeta till största del självständigt behöver de kunskap om viktiga strategier som kan hjälpa dem att komma vidare i sitt resonemang. Schoenfeld (1985) menar att ett heuristiskt förhållningssätt är viktigt för att eleverna ska bli mer metakognitiva. Genom heuristiken kan eleverna lära sig strategier som stöttar dem i syfte att komma vidare till en lösning. På så sätt har lärarna genom att sträva efter att utveckla dessa strategier hos eleverna även arbetat i riktlinje med LGR 11 (rev. 2016) och *förmågan formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder*.

Gällande material hade lärarna tillgång till exempelvis centikuber, passare, bollar, tärningar m.m. Vissa av lärarna använder laborativt material kontinuerligt genom undervisningen, andra när eleverna stöter på problem eller vid genomgång av nya områden. Lärarna var på så sätt generellt positiva till materialet som de hade tillgång till, vilket annars enligt Buschman (2004) är en av de största undanflykterna lärare ofta använder för att inte undervisa i problemlösning. Boesen et.al (2013) redogör för Lgr 11:s (rev. 2016) fokus på måluppfyllnad där ett område som eleverna ska utveckla är problemlösning, bland annat genom att läraren förklarar sambandet mellan matematik och praktik. Genom att hantera fysiskt material får eleverna en förankring i vardagliga ting och utvecklar då en förståelse för användandet av matematiken i praktiken. Eftersom lärarna på olika sätt använder sig av plockmaterial i undervisningen får eleverna på så sätt möjlighet att utveckla den här förmågan att koppla matematiken till vardagliga ting.

Lärarna hade olika strategier för att undervisa i problemlösning. En strategi som majoriteten använde sig av var gruppindelningar. Roche och Clarke (2014) kom fram till att gruppindelningar var en viktig strategi under själva lektionstillfället men att gemensamma diskussioner värderades högre. Roche och Clarke (2014) menar att gemensamma diskussioner är en strategi som utmanar eleverna och ifrågasätter deras resonemang med avsikt att ta dem vidare. Det skiljer sig från grupp- eller par-diskussioner där läraren inte finns med för att utveckla elevernas tankegångar genom att ställa ledande frågor. I den här studien var det dock endast en lärare som var positiv till helklassdiskussioner. Att utöka de gemensamma klassrums-diskussionerna hade möjligtvis förbättrat de övriga lärarnas elever till att utveckla en förmåga till att kommunicera eftersom de då hade haft läraren som stöd.

7.1.4 Läromedel

Studiens resultat visar att majoriteten av lärarna använder sig av läromedel i undervisningen i olika utsträckning, med ett undantag. Eftersom det har visat sig att läromedel enligt Brehmer, Ryve och Steenbrugge (2015) inte innehåller en tillräcklig mängd uppgifter som kan specificeras som problemlösning kan tänkas att eleverna inte får möjlighet att utveckla den förmågan till fullo. Majoriteten av lärarna använder sig av läromedel mer eller mindre i huvudsak. Boesen et al. (2014) kom fram till ett liknande resultat där läromedel är det undervisningsunderlag som främst används i matematikundervisningen. De förklarar att uppgifterna i matematikböckerna till stor del är upprepning där eleverna löser varje uppgift på samma sätt. På så sätt får det enligt Lithner (2008) till största del utöva ett imitativt resonemang där eleverna fokuserar på utantillärning. Schoenfeld (1985) menar att ett sådant matematiskt tänkande utgör ett hinder för kreativt resonemang eftersom det inte tidigare har varit viktigt när eleverna löser rutin-baserade uppgifter. Bergqvist och Lithner (2011) menar också att eleverna gör uppgifter rutinbaserat och då följer de regler som de memorerat sedan tidigare. Lithner (2008) förklarar att skolans tradition med att tillhandahålla eleverna med rutin-baserade uppgifter är en bidragande orsak till elevernas svårigheter med att föra matematiska resonemang. En sådan traditionell undervisning inkluderar läromedel vilket i sin tur skulle kunna förklara varför lärarna anser att eleverna har problem med att föra och följa kreativa resonemang, alltså att de inte har tillräcklig mängd undervisning i hur man löser matematiska problem.

Eftersom Brehmer, Ryve och Steenbrugge (2015) kom fram till att endast fåtal uppgifter i vanliga svenska matematikböcker kan kategoriseras i linje med Lithners (2008) kreativa resonemang, behöver lärare undervisa utöver läromedlet. Något som majoriteten i den här studien faktiskt gör. Trots det anser lärarna att eleverna har svårigheter med att föra matematiska resonemang. En möjlig orsak kan vara den dominans av uppgifter som kan beskrivas som imitativa i läromedlen vilket gör att eleverna främst anpassar sig efter det imitativa resonemanget. Lithner (2008) beskriver dessa uppgifter som en process som bara behöver memoreras och där den matematiska innebörden inte behöver tas i beaktning för att lösa uppgiften. Är eleverna då vana vid ett sådant resonemang kan ett kreativt resonemang utgöra svårigheter.

PISA (2016b) och TIMSS (2016a) visar att elevernas resultat förbättras, dock ligger det fortfarande under önskvärd nivå. Det intressanta är att de förmågor som ökat i dessa två internationella studier är elevernas förmåga att resonera. Förmågan att resonera går att relatera till Lithners (2008) förmåga att föra ett kreativt resonemang. Vilket är intressant eftersom det visat sig att läromedel, enligt Brehmer, Ryve och Steenbrugge (2015), endast innehåller få uppgifter kopplat till den här förmågan. Min undersökning visar att lärarna främst använder sig av läromedel i sin matematikundervisning, precis som flera andra studier (Boesen et al. 2014; Brehmer, Ryve och Steenbrugge 2015; Buschman 2014). Eftersom nationella prov och internationella studier värderar alla förmågorna lika behöver även läromedel spegla alla förmågor på ett jämlikt sätt. Även undervisningen behöver fördelas lika gentemot de olika förmågorna. Lithner (2008) visar dock i sin tur att elever i svenska skolan främst fokuserar på imitativa uppgifter och sällan ägnar sig åt kreativt resonemang. För att eleverna ska kunna utveckla ett kreativt resonemang menar Schoenfeld (1985) att de behöver undervisning i problemlösning för att de ska kunna bli kreativa och påhittiga inom ämnet matematik.

7.1.5 Avslutande reflektion

Resultatet visar att majoriteten av lärarna undervisar med problemlösande innehåll och använder sig av olika strategier för att undervisa. 5 av 6 lärare undervisar kontinuerligt explicit i problemlösning. Strategierna används av lärare med syfte att göra eleverna metakognitiva och kunna föra och följa matematiska resonemang själva. Ett problem som går att urskilja är att flera av lärarna inte nämner att det matematiska fundamentet är viktigt för att eleverna ska kunna utveckla den här förmågan. Det räcker inte att undervisa explicit utan att först vara medveten om att de matematiska grunderna är nödvändiga för att kunna föra ett kreativt resonemang.

5 av 6 lärare använder sig i olika utsträckning av läromedel. Eftersom läromedel generellt innehåller få uppgifter som baseras på problemlösning förmågan, är frågan om lärare behöver fokusera ytterligare på uppgifter utanför läromedel för att kunna behandla de olika förmågorna jämnt. Läromedel innehåller mestadels uppgifter som kategoriseras som imitativa och endast kräver ett mekaniskt tänkande hos eleven. Nationella prov och internationella studier söker efter ett resultat baserat på jämvikt mellan de olika förmågorna. Om alla förmågorna inte ges lika stort utrymme i skolan får inte eleverna möjlighet att visa ett tillförlitligt resultat i sådana studier. Resultatet av den här studien visar dock att lärarna aktivt arbetar för att utveckla elevernas förmåga att lösa problem, trots det menar flera av dem att deras elever har svårt för sådana uppgifter. En slutsats man kan dra är då baserat på Lithner (2008) som menar att grundläggande matematiska kunskaper är avgörande för att eleven ska kunna föra ett matematiskt resonemang.

7.2 Metoddiskussion

I studien användes ett kvalitativt undersökningssätt genom sex stycken individuella intervjuer. Studien baserades på lärarnas åsikter, erfarenheter och arbetssätt gällande problemlösning i matematikundervisningen. Resultatet baserades enbart på intervjuer på grund av tidsaspekten som inte gjorde det möjligt att svara på syftet utifrån fler kvalitativa infallsvinklar. Möjligheten fanns för lärarna att se intervjufrågorna innan intervjun men ingen ansåg att det var nödvändigt.

7.2.1 Intervju

För att kunna svara på studiens frågeställningar har intervju som redskap varit ändamålsenligt. En halvstrukturerad (Dahlgren & Johansson, 2009) intervju med bland annat öppna frågor har varit nödvändig för att de tolkningsbara frågorna har kunnat besvaras. Följdfrågorna har varit viktiga i resultatet och genom dem har dialogen utvecklats. Eftersom intervjuaren kände samtliga respondenter sedan tidigare kunde en mer avslappnad och öppen diskussion ske. De färdiga intervjuerna transkriberades och analyserades med hjälp av färgkodning till ett färdigt resultat. Kategoriseringen byggde på respondenternas svar och deras sammankoppling. Studien ger en bild av hur lärare reflekterar och undervisar i problemlösning utefter deras egna åsikter.

På grund av att jag hade en relation till samtliga respondenter kunde mina erfarenheter på ett sätt kopplas ihop med deras, vilket utgjorde ett hinder för att helt ny information kunde bearbetas. Mina erfarenheter inom skolan bygger till viss del på lärarna i studien som varit handledare till mig under min studietid. Eftersom jag på så sätt visste hur deras undervisning och inställning förhöll sig till studiens syfte hade jag svårt att skilja på ny information och sådan jag fångat upp av dem från tidigare möten. Att enbart använda mig av intervju baserades på den tidsram som studien skulle färdigställas i. En kombination mellan intervju och observation hade varit mer tillförlitligt eftersom respondenternas svar då hade kunnat

ställas mot hur de arbetar i praktiken. En sådan triangulering blir på så sätt mer verklighetsförankrad (Patel & Davidson, 2002). 5 av 6 lärare i undersökningen bekräftar att de arbetar med explicit problemlösningsundervisning, dock kan studien på grund av valt undersökningssätt inte på något sätt bevisa att resultatet överensstämmer med verkligheten. Resultatet bygger på så sätt enbart på hur lärarna anser att de arbetar med problemlösning och i vilken utsträckning.

Användningen av en teoretisk ram har på visst sätt utgjort en pelare att stötta mig mot vid analysering av respondenternas svar. Dock hade den teoretiska ramen möjligtvis varit mer användbar vid en kvantitativ undersökning där all insamlad data hade kunnat kategoriseras in i ramverkets olika underkategorier. Alternativt kunde en kvalitativ undersökning, där *elevernas* resonemang och lösningar undersöktes och kategoriseras in i ramverkets olika delar av imitativt och kreativt resonemang varit ytterligare en användbar utgångspunkt. En sådan undersökning hade gett ett mer tillförlitligt resultat eftersom resultatet i nuläget baseras på åsikter och erfarenheter.

7.2.2 Didaktiska konsekvenser

Tidigare forskning visar att lärare i låg utsträckning arbetar med problemlösning i matematik och många förlitar sig på läromedel. Den här studien har däremot visat att majoriteten undervisar explicit i problemlösning och därmed lär ut strategier och vägar för eleverna att lära sig matematik på ett vardagligt sätt. I *läroplanen för förskolan, fritidshemmet och förskoleklassen 2011* (Rev.2016) står det att undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem. Eleverna ska även kunna reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat. De ska även ges förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer. Dock behöver lärare vara medvetna om vikten av det matematiska fundamentet för att eleverna överhuvudtaget ska kunna utveckla dessa förmågor.

Enligt de tillfrågade lärarna var deras svar på följdfrågan om varför de tror att lärare *inte* undervisar i problemlösning, att de flesta inte har tid, kunskap eller ork. Tidsbristen är ett stort problem och problemlösning kräver utrymme för att hitta passande uppgifter, planera, pröva och plocka fram material. Fler lektioner än matematik kräver en gedigen förberedelse och fungerar då matematikläromedlet problemfritt, väljer många lärare att inte ta ett steg utanför dess ramar. Eleverna behöver möjlighet att pröva matematiken utanför boxen och för att det ska vara möjligt behöver de strategier som hjälper dem att närma sig ett problem utan att deras motivation snabbt försvinner. Dock ska det även här påpekas att det matematiska fundamentet är en nödvändighet för att ett kreativt resonemang ska vara möjligt.

7.2.3 Vidare forskning

Resultatet av den här studien kan utvecklas med hjälp av observationer av de deltagande lärarna för att urskilja likheter och skillnader i deras svar jämför med deras arbete i praktiken. Vidare forskning hade inte varit i syfte att nedvärdera tolkningen av deras egna undervisning utan att istället se hur stor skillnaden är mellan lärarnas tolkning av begreppet problemlösning. Vidare forskning kan då även undersöka hur lärare själva tolkar begreppet och om det skiljer sig genom exempelvis arbetslivserfarenhet. Ytterligare ett steg i forskningen hade varit att analysera elevernas resonemang och deras lösningar för att urskilja de strategier de lärt sig. För att göra en sådan undersökning tillförlitlig krävs både ljud och bildupptagning eftersom problemlösning i många fall kan lösas med laborativt material. Elevernas resonemang kunde jämföras genom att undersöka klasser där det sker explicit undervisning i problemlösning och klasser som enbart utgår ifrån läromedel.

REFERENSER

- Bergqvist, T. & Lithner, J. (2012). *Mathematical reasoning in teachers' presentations*. The journal of mathematical behavior, 31(2), ss. 252-269. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.12.002>
- Boesen, J, Helenius, O, Bergqvist, E, Bergqvist, T, Lithner, J, Palm, T & Palmberg, B (2014). *Developing mathematical competence: from the intended to the enacted curriculum*. The journal of mathematical behaviour, 33(1), ss. 72-89 DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.10.001>
- Buschman, L. (2004). Teaching problem solving in mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 10(6), ss.302-309.
- Dahlgren, L-O. & Johansson, K. (2009). Fenomenografi. I Fejes & Thornberg (red.) *Handbok i kvalitativ analys*. Johanneshov: TPB, ss.122-135.
- Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning* (2002). Stockholm: Vetenskapsrådet, URL: http://www.gu.se/digitalAssets/1268/1268494_forskningsetiska_principer_2002.pdf
- Hiebert, J (2003). *What research says about the NCTM standards*. I J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter, (Red.), A research companion to the principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, ss. 5-23.
- Jäder, J, Sidenvall, J & Sumpter, L, (2017). *Students' Mathematical Reasoning and Beliefs in Non-routine Task Solving*. International Journal of Science and Mathematics Education, 15(4), ss.759-776
- Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. (Rev. 2016). Stockholm: Skolverket.URL: <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2575>
- Lithner, J, (2008). *A research framework for creative and imitative reasoning*. Educational Studies in Mathematics, 67(3), ss. 255-276.
- Patel, R & Davidson, B, (2011). *Forskningsmetodikens grunder: att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. 4., [uppdaterade] uppl. Lund: Studentlitteratur, ss. 28-30, ss.81-86
- Patton, M.Q, (2002) *Qualitative research & evaluation methods*. Thousand oaks: Sage publications third edition.
- Roche, A, Clarke, D, Sullivan, P & Cheeseman, J, (2013). *Strategies for Encouraging Students to Persist on Challenging Tasks: Some Insights from Work in Classrooms*. Australian Primary Mathematics Classroom, 18(4), ss.27-32. URL: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1093218.pdf>
- Roche, A & Clarke, D, (2014). *Teachers holding back from telling: a key to student persistence on challenging tasks*. Australian Primary Mathematics Classroom, 19(4), p.3. URL: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1093319.pdf>

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press

Skolverket (2016a). *TIMSS 2015* (Rapport 448).
URL: <http://skolverket.se/publikationer?id=3707>

Skolverket (2016b) *PISA 2015* (Rapport 450). URL:
<http://www.skolverket.se/publikationer?id=3725>

Wallén, G (1996). *Vetenskapsteori och forskningsmetodik*. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur, ss. 33-35

BILAGOR

Bilaga 1: Missivbrev

Hej lärare i matematik!

Mitt namn är Hanna Wiss och jag studerar till grundlärare med inriktning mot årskurs 4–6 på Högskolan i Borås. För närvarande läser jag min åttonde och sista termin där det är dags att skriva ett examensarbete på avancerad nivå.

Studien jag ska genomföra är intervjubaserad och kommer fokusera på hur lärare arbetar för att utveckla elevernas problemlösningsförmåga inom ämnet matematik. Studien kommer enbart fokusera på läraren och dennes undervisningsstrategier när eleverna möts av utmanande uppgifter. Intervjuerna kommer dels kartlägga dessa eventuella strategier men även lyssna till hur läraren resonerar kring dessa. Strategier inom problemlösning kan till exempel vara att tillgodose eleverna med laborativt material eller utforma anpassade grupperingar i klassen. Jag kommer utöver dessa strategier, genom intervjuer, undersöka om det sker explicit problemlösningsundervisning och hur sådan undervisning i så fall ser ut.

Intervjun kommer bestå av cirka 10 frågor med eventuellt tillägg av följdfrågor och uppskattas ta ungefär 20 min. Jag kommer använda mig av ljudinspelning under intervjuerna för att säkerställa att svaren blir korrekt återgivna. Alla som deltar i studien kommer vara anonyma och inga arbetsplatser kommer återges i det färdiga arbetet.

För att studiens syfte ska kunna besvaras på bästa sätt ser jag helst deltagande lärare som för närvarande undervisar i matematik i årskurs 4–6.

Återkom gärna med uppgifter om deltagande lärare till min mail eller ring mig på nedanstående telefonnummer.

Vänliga hälsningar

Hanna Wiss s131495@student.hb.se
XXXX- XX XX XX



HÖGSKOLAN
I BORÅS

Bilaga 2: Intervjufrågor

1.	Hur många år har du arbetat som lärare?
2.	Vilken årskurs undervisar du i för tillfället?
3.	Hur ser du på begreppet problemlösning inom matematiken?
4.	Hur skulle du beskriva att problemlösning är relevant för att eleverna ska kunna lösa övriga uppgifter inom matematik?
5.	Vilka strategier använder du dig av för att stötta elever i syfte att bibehålla deras uthållighet vid utmanade uppgifter?
6.	Vad för slags material använder du dig av i matematikundervisningen och när sker nyttjandet främst?
7.	Hur stor del av undervisningen skulle du uppskatta sker med utgångspunkt från ordinarie läromedel?
8.	Hur bemöter du en elev som fastnat vid ett (för denne) nytt matematiskt problem? Utveckla ditt tillvägagångssätt
9.	Sker det explicit undervisning i problemlösning i klassen du har just nu?
	<ul style="list-style-type: none">• <u>Vid Ja:</u>
10.	Hur ofta sker det?
11.	Kan du kort beskriva upplägget inför en sådan lektion?
12.	Kan du kort återge en typisk sådan lektion?
	<ul style="list-style-type: none">• <u>Vid Nej:</u>
10.	Tror du att det skulle vara positivt för elevernas utveckling inom matematik och i sådana fall, på vilket sätt?
11.	Vilken är den främsta anledningen till att sådan undervisning inte sker?



HÖGSKOLAN I BORÅS

Besöksadress: Allégatan 1 · Postadress: 501 90 Borås · Tfn: 033-435 40 00 · E-post: registrator@hb.se · Webb: www.hb.se